Matemáticas

Primer grado

Matemáticas

Primer grado

EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

TELEsecundaria

Matemáticas. Telesecundaria. Primer grado fue elaborado y editado por la Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública.

Secretaría de Educación Pública
Esteban Moctezuma Barragán

Subsecretaría de Educación Básica
Marcos Augusto Bucio Mújica

Dirección General de Materiales Educativos
Aurora Almudena Saavedra Solá

Coordinación de serie
Lino Contreras Becerril

Coordinación de contenidos
María del Carmen Larios Lozano

Coordinación de autores
María Margarita Tlachy Anell

Autores
Mauricio Héctor Cano Pineda, Éric Ruiz Flores González, Pablo Alejandro Salazar Córdoba, María Margarita Tlachy Anell

Colaboración
Olga Leticia López Escudero

Supervisión de contenidos
José Alfredo Rutz Machorro, Demetrio Garmendia Guerrero, Esperanza Issa González, Juanita Espinoza Estrada, Silvia García Peña

Revisión técnico-pedagógica
Hugo Hipólito Balbuena Corro, María Teresa Adriana Fonseca Cárdenas, Teresa de Jesús Mezo Peniche

Coordinación editorial
Raúl Godínez Cortés

Supervisión editorial
Jessica Mariana Ortega Rodríguez

Cuidado de la edición
Diana Karina Hernández Castro

Producción editorial
Martín Aguilar Gallegos

Actualización de archivos
Mariela Zavala Hernández

Iconografía
Diana Mayén Pérez, Irene León Coxtinica

Portada
Diseño: Martín Aguilar Gallegos
Iconografía: Irene León Coxtinica
Imagen: *Diseños simétricos*, 1928, Diego Rivera (1886-1957) y ayudantes, frescos, 0.80 × 0.80 m, color bermellón, plafones de corredor sur 41 piezas, corredor poniente 26 piezas y corredor norte 41 piezas, ubicados en el Patio de las Fiestas, segundo nivel, D. R. © Secretaría de Educación Pública, Dirección General de Proyectos Editoriales y Culturales/fotografía de Gerardo Landa Rojano; D. R. © 2021 Banco de México, Fiduciario en el Fideicomiso relativo a los Museos Diego Rivera y Frida Kahlo. Av. 5 de Mayo No. 2, col. Centro, Cuauhtémoc, C. P. 06059, Ciudad de México; reproducción autorizada por el Instituto Nacional de Bellas Artes y Literatura, 2021.

Servicios editoriales
Alejandro Portilla de Buen

Edición
Sol Katherine Levin Rojo

Apoyo pedagógico y edición
Manuel García Martínez

Ilustración
Claro que sí

Primera edición, 2018
Segunda edición, 2019
Segunda reimpresión, 2020 (ciclo escolar 2021-2022)

ISBN: 978-607-551-197-9

Impreso en México

En los materiales dirigidos a las alumnas y los alumnos de Telesecundaria, la Secretaría de Educación Pública (SEP) emplea los términos alumno(s), maestro(s) y padres de familia aludiendo a ambos géneros, con la finalidad de facilitar la lectura. Sin embargo, este criterio editorial no demerita los compromisos que la SEP asume en cada una de las acciones encaminadas a consolidar la igualdad de género.

Presentación

Este libro fue elaborado para cumplir con el anhelo compartido de que en el país se ofrezca una educación con equidad y excelencia, en la que todos los alumnos aprendan, sin importar su origen, su condición personal, económica o social, y en la que se promueva una formación centrada en la dignidad humana, la solidaridad, el amor a la patria, el respeto y cuidado de la salud, así como la preservación del medio ambiente.

El uso de este libro, articulado con los recursos audiovisuales e informáticos del portal de Telesecundaria, propicia la adquisición autónoma de conocimientos relevantes y el desarrollo de habilidades y actitudes encaminadas hacia el aprendizaje permanente. Su estructura obedece a las necesidades propias de los alumnos de la modalidad de Telesecundaria y a los contextos en que se desenvuelven. Además, moviliza los aprendizajes con el apoyo de materiales didácticos presentados en diversos soportes y con fines didácticos diferenciados; promueve la interdisciplinariedad y establece nuevos modos de interacción.

En su elaboración han participado alumnos, maestras y maestros, autoridades escolares, padres de familia, investigadores y académicos; su participación hizo posible que este libro llegue a las manos de todos los estudiantes de esta modalidad en el país. Con las opiniones y propuestas de mejora que surjan del uso de esta obra en el aula se enriquecerán sus contenidos, por lo mismo los invitamos a compartir sus observaciones y sugerencias a la Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública al correo electrónico: librosdetexto@nube.sep.gob.mx.

Índice

Conoce tu libro

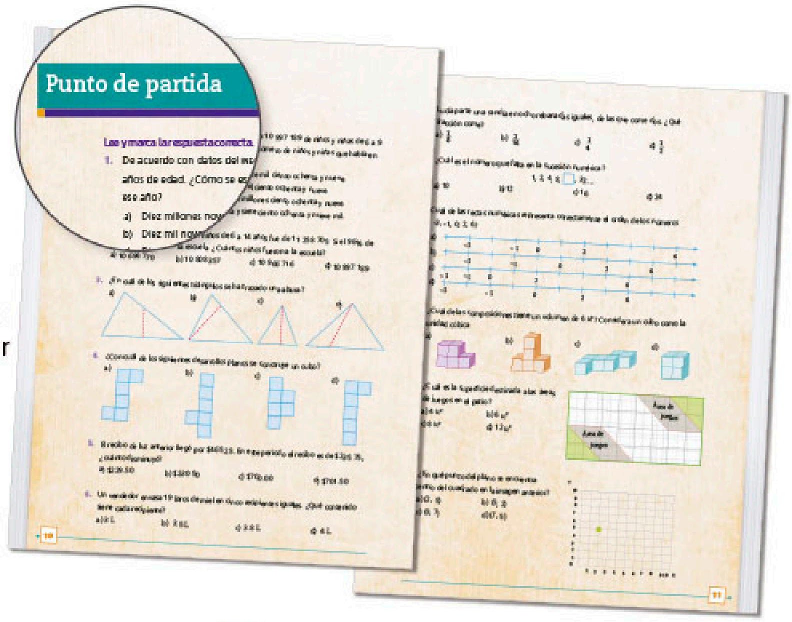
El libro que tienes en tus manos, fue elaborado especialmente para ti.

Junto con tus compañeros y el apoyo de tu maestro, irás construyendo un saber matemático que se convertirá en una poderosa herramienta para que puedas resolver una diversidad de problemas cotidianos.

Tu libro está dividido en tres grandes apartados llamados bloques. A continuación te describimos cada uno:

Punto de partida

Es una oportunidad para que identifiques los conocimientos matemáticos con que cuentas y que te van a ser de utilidad para empezar este ciclo.



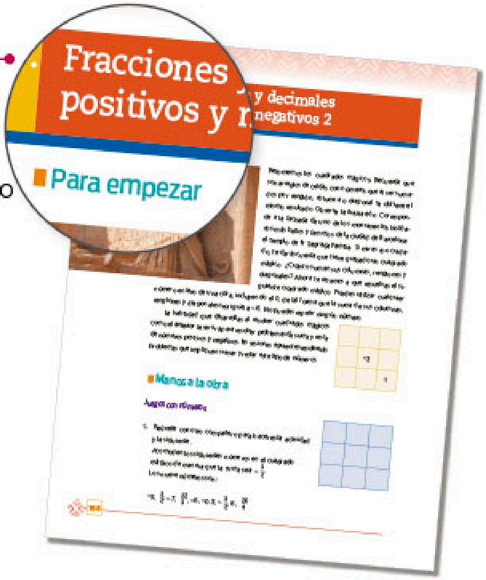
Punto de partida

Lee y marca la respuesta correcta.

Bloque 2

Entrada de bloque

Al inicio de cada bloque se presenta una ilustración acompañada de un texto, que aluden a la importancia de los conocimientos matemáticos que estudiarás en diversos ámbitos de la vida.

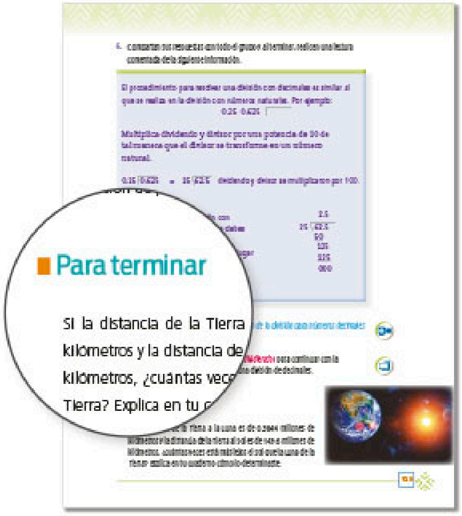


Para empezar

Te proporciona un acercamiento a los conocimientos que aprenderás, mediante situaciones matemáticas o cotidianas.

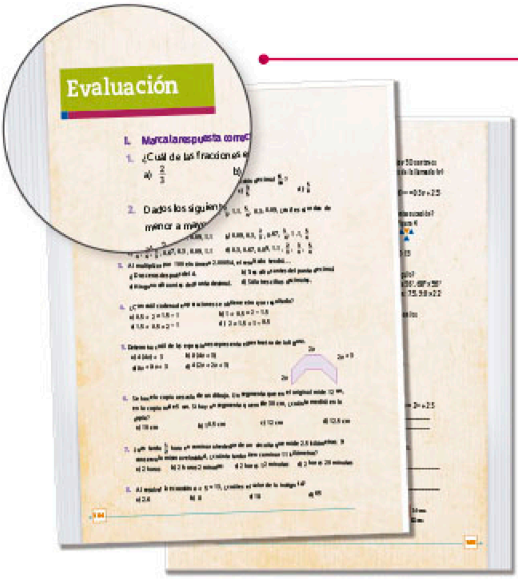
Manos a la obra

Te ofrece una serie de actividades que te permitirán trabajar y aprender los contenidos.



Para terminar

Contiene actividades para reflexionar, revisar, recuperar y hacer conclusiones sobre los temas estudiados.

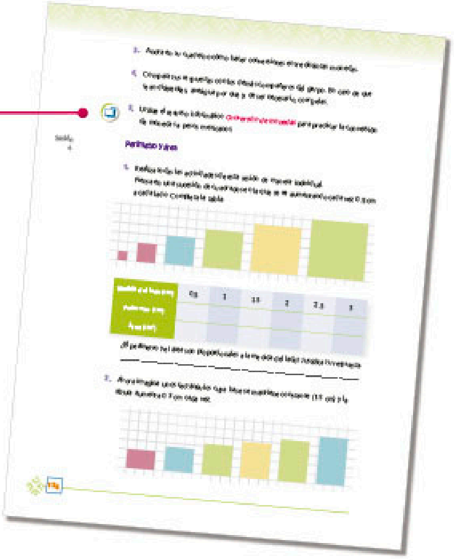


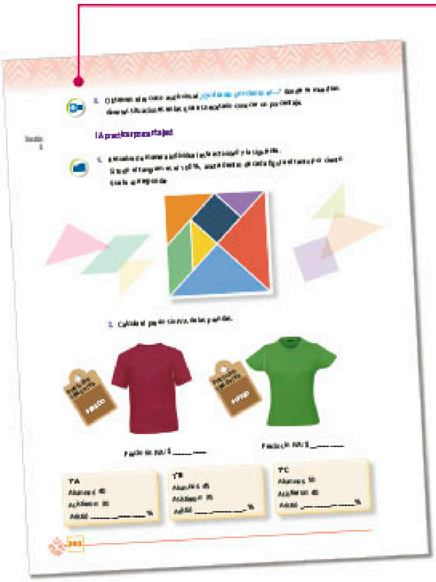
Evaluación

Al final de cada bloque se presentan actividades de evaluación que te ayudarán a valorar el logro de tus aprendizajes.

Recursos informáticos

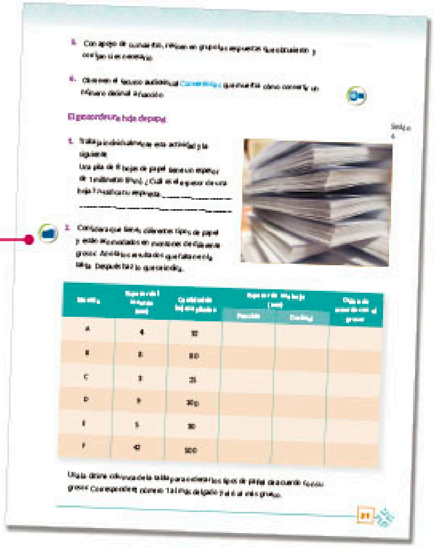
Con esta herramienta tendrás oportunidad de practicar los procedimientos y aplicar los conceptos que aprendiste, a través de un ambiente digital interactivo.





Recursos audiovisuales

Te permiten profundizar, complementar e integrar lo que estás estudiando. Para verlos sólo tienes que conectarte a tu Portal de Telesecundaria.

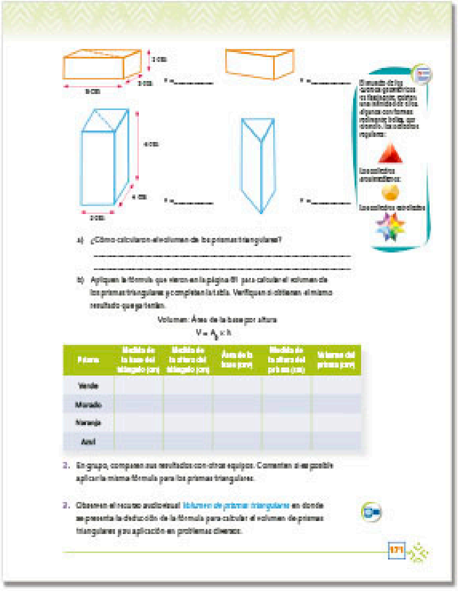


Carpeta

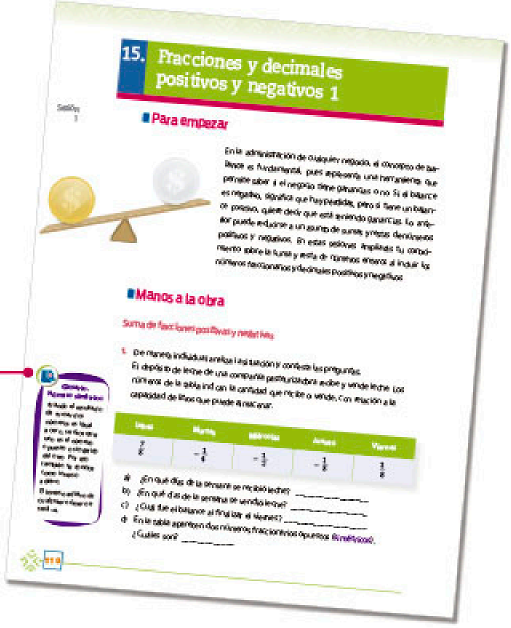
A lo largo del libro hay determinados ejercicios que se señalan con este ícono, a fin de que tengas un registro de tu avance en el dominio y conocimiento de los temas de la asignatura.

Secciones de apoyo

Se trata de textos breves que te ofrecen información que enriquece el contenido del libro o que te ayudarán a comprenderlo mejor.



Dato interesante

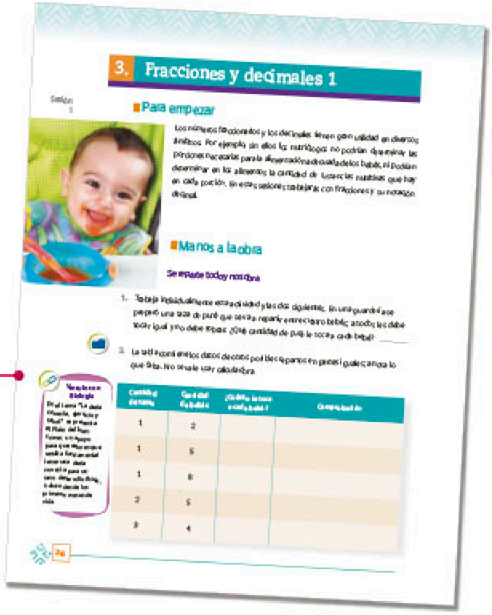


15. Fracciones y decimales positivos y negativos 1

Para empezar

Manos a la obra

Glosario



3. Fracciones y decimales 1

Para empezar

Manos a la obra

Vínculo con...

Punto de partida

Lee y marca la respuesta correcta.

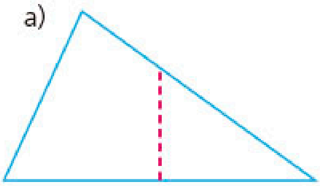
1. De acuerdo con datos del Inegi, en 2015 había 10 997 189 de niños y niñas de 6 a 9 años de edad. ¿Cómo se escribe con letra el número de niños y niñas que había en ese año?
   - a) Diez millones novecientos noventa y siete mil ciento ochenta y nueve.
   - b) Diez mil novecientos noventa y siete mil ciento ochenta y nueve.
   - c) Diez mil novecientos noventa y siete millones ciento ochenta y nueve.
   - d) Diez millones novecientos noventa y siete ciento ochenta y nueve mil.

2. En 2015, el número total de niños de 6 a 14 años fue de 11 258 705. Si el 96% de los niños asistieron a la escuela, ¿cuántos niños fueron a la escuela?

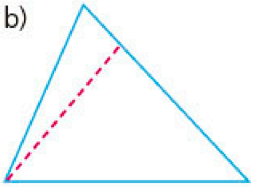
   a) 10 695 770 b) 10 808 357 c) 10 966 716 d) 10 997 189

3. ¿En cuál de los siguientes triángulos se ha trazado una altura?

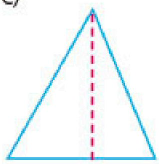
a)



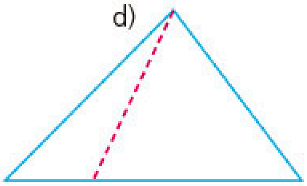
b)



c)

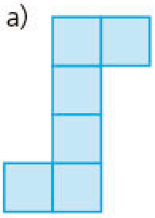


d)

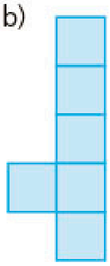


4. ¿Con cuál de los siguientes desarrollos planos se construye un cubo?

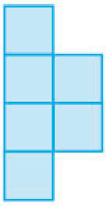
a)



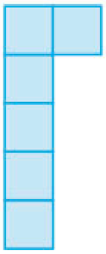
b)



c)



d)



5. El recibo de luz anterior llegó por $465.25. En este periodo el recibo es de $235.75, ¿cuánto disminuyó?

   a) $229.50 b) $230.50 c) $700.00 d) $701.50

6. Un vendedor envasa 19 litros de miel en cinco recipientes iguales. ¿Qué contenido tiene cada recipiente?

   a) 3 L b) 3.5 L c) 3.8 L d) 4 L

7. Lucía parte una sandía en ocho rebanadas iguales, de las que come dos. ¿Qué fracción come?

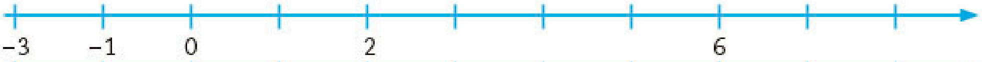
a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{2}{16}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{2}$

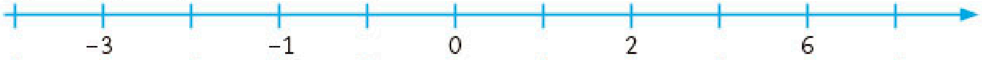
8. ¿Cuál es el número que falta en la sucesión numérica?

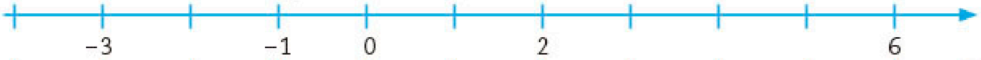
1, 2, 4, 8, ☐, 32…

a) 10 b)12 c) 16 d) 24

9. ¿Cuál de las rectas numéricas representa correctamente el orden de los números -3, -1, 0, 2, 6?

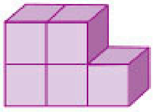
a)


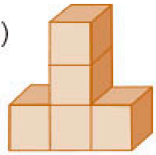
b)


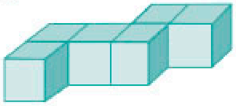
c)


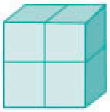
d)


10. ¿Cuál de las composiciones tiene un volumen de 6 u^3? Considera un cubo como la unidad cúbica.

a)


b)


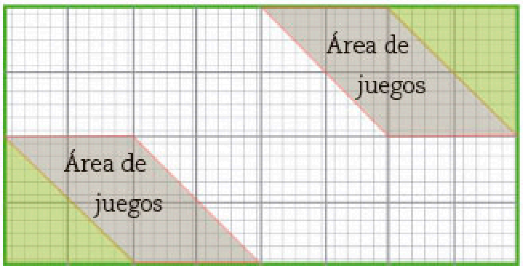
c)


d)


11. ¿Cuál es la superficie destinada a las áreas de juegos en el patio?

a) 4 u^2 b) 6 u^2

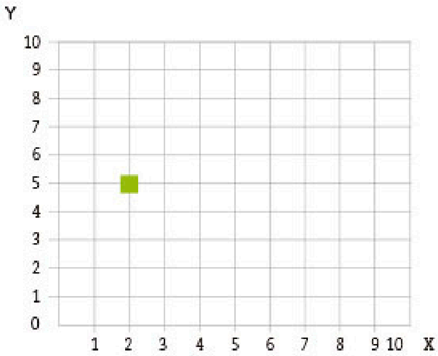
c) 8 u^2 d) 12 u^2



12. ¿En qué punto del plano se encuentra el centro del cuadrado en esta imagen?

a) (2, 5) b) (5, 2)

c) (5, 7) d) (7, 5)




pp_pvw
hd_cam1
hd_cam2
hd_cam5
hd_cam6
CURRENT ASSIGNMENT
CURRENT ASSIGNMENT
Dynamics 1
Dynamics 2

Bloque 1

Matemáticas de película

Katherine Goble Johnson, Dorothy Vaughan y Mary Jackson, tres matemáticas, colaboraron con la Agencia Espacial estadounidense para definir las trayectorias de las órbitas de cohetes en el espacio, mediante cálculos que hacían sólo con lápiz y papel en la década de 1960, cuando no existían las súper computadoras.

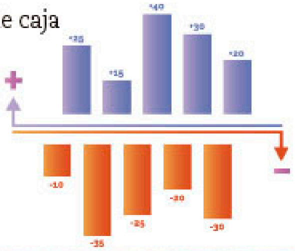
Durante la Segunda Guerra Mundial, Alan Turing, junto con matemáticos ingleses, lograron descifrar el código secreto de comunicaciones que utilizaba el ejército alemán. Como producto adicional de esas investigaciones, Turing estableció los fundamentos de la ciencia de la computación, por lo que se le considera un pionero de esa rama.

1. Números enteros 1

Sesión 1

Para empezar

Flujo de caja



En matemáticas existen diferentes tipos de números. El conjunto de números naturales se utiliza para contar y tú ya los conoces. Por ejemplo, los usamos para determinar el número de habitantes de una comunidad o país. Otro tipo de números son los enteros utilizados para representar cantidades que corresponden a: abonos y deudas, temperaturas máximas y mínimas, alturas y profundidades de lugares al tomar como punto de referencia el nivel del mar. Un ejemplo de esto, es al representar la altura de una montaña con números enteros positivos y, mediante números enteros negativos, la profundidad a la que se encuentra una especie marina o una cueva. Con el estudio de estas sesiones sabrás cómo representar estas medidas con números enteros.

Exploración de cueva

Manos a la obra

México, sobre y bajo el nivel del mar

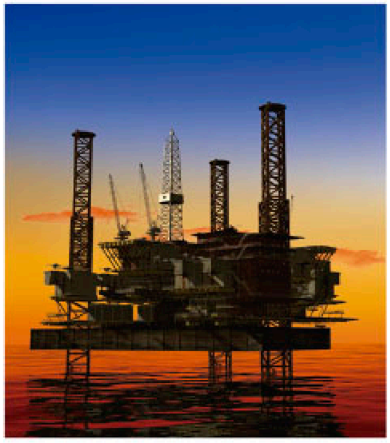
1. Forma un equipo para trabajar las actividades 1 a 3.

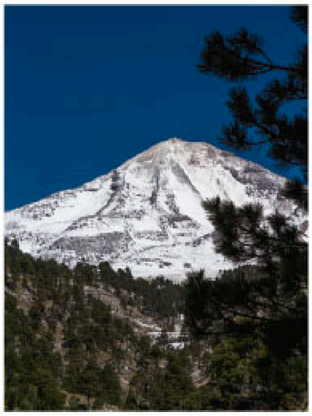
México está formado por una superficie continental, islas y mar territorial. Debido a su tamaño, localización geográfica y geología, posee una diversidad de especies animales, vegetales y recursos no renovables, como el petróleo.

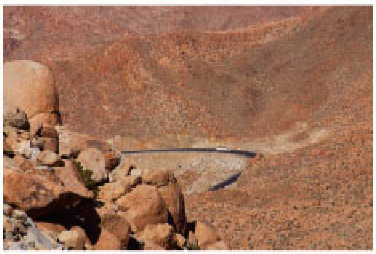
A continuación se presenta la altitud o profundidad a la que se encuentran un volcán, dos ciudades y dos pozos petroleros.

A. Toluca de Lerdo
Estado de México.
Altitud: 2 680 m
sobre el nivel del mar.

B. Pozo Teca 1
Costa de Veracruz y Tabasco.
Profundidad total de 3 400 m
bajo el nivel del mar.







C. Volcán Citlaltépetl
Entre Puebla y Veracruz.
Altitud: 5 610 m
sobre el nivel del mar.

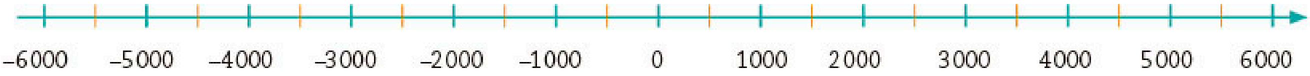
D. Pozo Nobilis 1
Costa de Tamaulipas.
Profundidad total de
6 000 m bajo el nivel del mar.

E. Mexicali
Baja California.
Altitud: 3 m
sobre el nivel del mar.

Anoten y ordenen los lugares de acuerdo con sus alturas o profundidades.

Del más profundo →				al más alto

2. Utilicen una recta numérica para ubicar, aproximadamente, la altitud y profundidad de los sitios. Identifíquenlos con la letra que les corresponde.



3. Se proporciona a continuación la altura o profundidad de otros sitios con respecto a los que se presentaron en la actividad 1. Para cada sitio ubiquen, aproximadamente, su altura o profundidad en cada recta numérica.

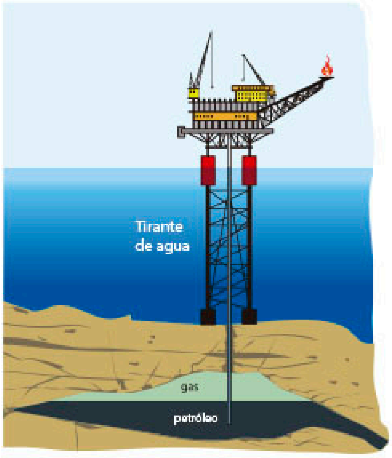
   a) La ciudad de El Porvenir, en Chiapas, está a una mayor altura (250 m) que Toluca.

   b) La ciudad de Mineral del Monte, en Hidalgo, se ubica aproximadamente a 2 650 m más de altura que Mexicali.

   c) En la explotación petrolífera, se conoce como tirante de agua a la distancia entre la superficie del mar y el punto del fondo marino en el que un pozo se perfora. En el pozo Nobilis 1 el tirante de agua está 3 000 m arriba del punto más profundo.

Dato interesante

El volcán Citlaltépetl también se conoce como Pico de Orizaba o Cerro de la Estrella.



d) El tirante de agua del pozo Teca 1 está aproximadamente a 3 350 m por encima del punto más profundo.

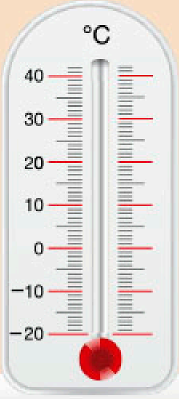
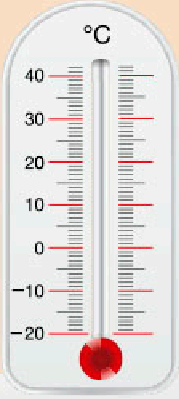
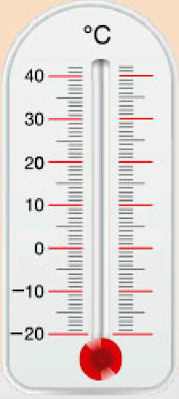
4. Comenten en grupo cómo calcularon la altura o profundidad a la que se encuentra cada sitio y luego comparen sus respuestas, corrigiendo lo que sea necesario.

5. Observen el recurso audiovisual *Origen de los números negativos* para que puedan saber cómo surgió este tipo de números.

Temperaturas sobre cero y bajo cero

Sesión 2

1. Reúnete con un compañero para realizar esta y la siguiente actividad.
A continuación se dan las temperaturas en grados centígrados que se registraron en Chihuahua del 14 al 17 de enero de 2018. Ubíquenlas en los termómetros.

14 de enero	15 de enero	16 de enero	17 de enero
Máxima 20 °C Mínima –3 °C	Máxima 22 °C Mínima –2 °C	Máxima 10 °C Mínima 0 °C	Máxima 11 °C Mínima –5 °C
			

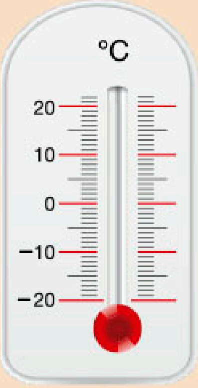
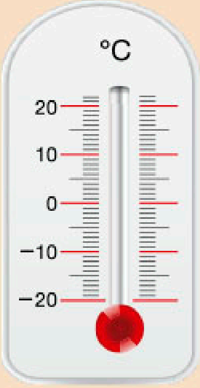
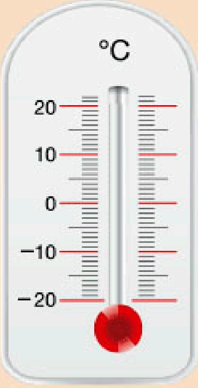
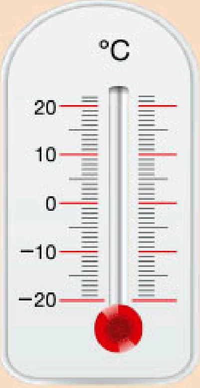
a) Ordenen las temperaturas de mayor a menor.

Máximas ________________ Mínimas ________________

b) Anoten cuántos grados cambió la temperatura cada día.

14 de enero	15 de enero	16 de enero	17 de enero

2. Ubiquen en los termómetros las temperaturas en Moscú, Rusia, del 14 al 17 de enero de 2018.

14 de enero	15 de enero	16 de enero	17 de enero
Máxima –5 °C Mínima –9 °C	Máxima –3 °C Mínima –6 °C	Máxima –6 °C Mínima –8 °C	Máxima –7 °C Mínima –9 °C
			

a) Ordenen las temperaturas máximas, de mayor a menor:

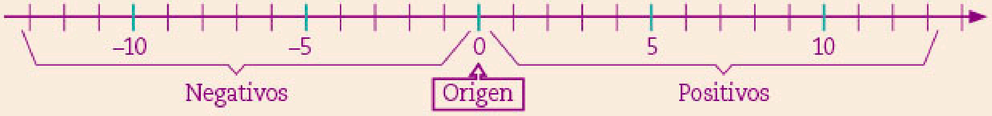
____

b) Anoten cuántos grados cambió la temperatura cada día.

14 de enero	15 de enero	16 de enero	17 de enero

3. Comparen sus respuestas en grupo, de ser necesario, corrijan. Lean esta información.

En la recta numérica, los números negativos se ubican a la izquierda o abajo del cero y los números positivos a la derecha o arriba del cero.

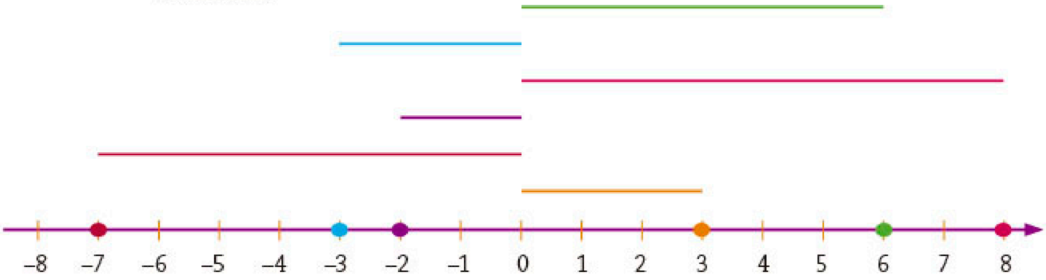


Son ejemplos de números negativos: –8, –9, –30.
Son ejemplos de números positivos: +8, +9, +30.
Los números positivos pueden escribirse sin el signo: 8, 9, 30.

Sesión 3

La distancia al cero

1. Resuelve de manera individual todas las actividades. Los segmentos de recta indican distancias de diferentes números representados en la recta numérica a partir del cero. Por ejemplo, el segmento morado indica una distancia de 2 unidades.



a) ¿Cuál distancia es mayor? ______________

b) ¿Cuál es menor? ___________________

c) ¿Cuáles distancias son iguales? _______________

d) Traza un segmento que indique una distancia de 5 unidades.

2. Anota tres parejas de números diferentes cuyas distancias al cero sean iguales.

______ y _______ ______ y _______ ______ y _______

3. Escribe la distancia al cero de cada uno de los siguientes números:

–5 _____________ 5 ____________ –3 ____________ 3 ___________

–7 _____________ 7 ____________ 8 ____________ –8 ___________

4. En grupo, compara tus respuestas con las de tus compañeros de grupo. Si hay diferencias, analicen por qué y corrijan lo que sea necesario. Lean y comenten la siguiente información.

El valor absoluto de un número es la distancia de dicho número al cero. Por ejemplo, el valor absoluto de –5 = 5, puesto que de –5 a 0 hay una distancia de 5 unidades. El valor absoluto de 5 = 5, puesto que de 5 a 0 también hay una distancia de 5 unidades.
Al utilizar símbolos se expresa así:

$|-5| = 5$ se lee: "valor absoluto de –5 es igual 5";

$|5| = 5$ se lee: "valor absoluto de 5 es igual a 5.

Dos números que tienen igual valor absoluto pero distinto signo se llaman opuestos o simétricos.

5. Anota lo que se pide.

El simétrico de −5 es	El simétrico de 8 es	El simétrico de −1 es	El simétrico de 9 es

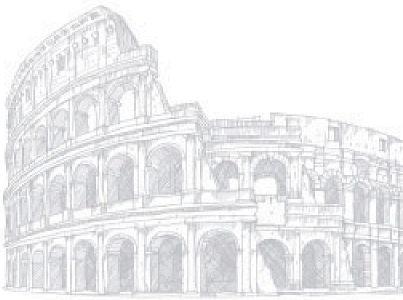
−8, +3, +5, −15			
El número mayor es	**El de mayor valor absoluto es**	**El número menor es**	**El de menor valor absoluto es**

−12, −25, 0, −150			
El número mayor es	**El de mayor valor absoluto es**	**El número menor es**	**El de menor valor absoluto es**

6. Observen el recurso audiovisual *Valor absoluto y simétricos de números enteros* para profundizar en su comprensión de estos contenidos.

7. Utilicen el recurso informático *Valor absoluto y simétricos de números enteros* para practicar y reafirmar este contenido.

Para terminar



Observa en la recta numérica la representación de las formas de gobierno de la Antigua Roma en 3 periodos.

En tu cuaderno calcula y anota el tiempo de duración de la Monarquía, la República y el Imperio romanos de la antigüedad. También registra las operaciones y explica el procedimiento para calcular la duración de cada tipo de gobierno romano. Usa en tu explicación el concepto valor absoluto.

2. Números enteros 2

Sesión 1

Para empezar

En todo campeonato de futbol, ya sea en la Copa del Mundo o en un torneo de barrio de cualquier categoría, uno de los criterios de desempate entre los equipos es saber cuántos goles anotaron y cuántos goles recibieron. Aunque en el lenguaje coloquial se llama diferencia de goles, en realidad matemáticamente corresponde a una suma de goles. A lo largo de las sesiones te darás cuenta de la matemática que hay detrás de estos criterios y ampliarás tus conocimientos sobre los números positivos y negativos al resolver sumas y restas con este tipo de números.

Manos a la obra

Diferencia de goles

1. Reúnete con otro compañero para hacer ésta y las tres siguientes actividades.
Se está llevando a cabo un torneo de futbol. Analiza la información de la tabla y anota lo que falta en las casillas vacías. Después contesta las preguntas.

Equipo	Goles a favor	Goles en contra	Diferencia de goles
Gorriones	+5	–3	
Tigres	+2	–5	–3
Golondrinas	+4	–4	
Delfines	+3	–1	
Búhos	+3	–4	

a) ¿Cuáles equipos tienen diferencia positiva de goles? ______________________

b) ¿Cuáles tienen diferencia negativa? ______________________

c) ¿Cuáles tienen diferencia de cero? ______________________

d) ¿Cuál es el equipo que ocupa el último lugar de la tabla y por qué? __________

____

2. Completen la tabla.

Equipo	Goles a favor	Goles en contra	Diferencia de goles
Lobos			+ 2
Jaguares			– 7
Leones			– 4

3. Utilicen la idea de los goles a favor y en contra para realizar los cálculos. Pueden comprobar los resultados usando una calculadora.

(5) + (9) = ____________
(–5) + (9) = ____________
(5) + (–9) = ____________
(–5) + (–9) = ____________
(21) + (49) = ____________
(21) + (–49) = ____________
(–21) + (49) = ____________
(–21) + (–49) = ____________

(8) + (11) = ____________
(8) + (–11) = ____________
(–8) + (11) = ____________
(–8) + (–11) = ____________
(15) + (63) = ____________
(15) + (–63) = ____________
(–15) + (63) = ____________
(–15) + (–63) = ____________

(12) + (17) = ____________
(12) + (–17) = ____________
(–12) + (17) = ____________
(–12) + (–17) = ____________
(18) + (107) = ____________
(18) + (–107) = ____________
(–18) + (107) = ____________
(–18) + (–107) = ____________

4. Contesten a manera de conclusión las preguntas:

a) ¿Qué signo lleva el resultado cuando se suman dos números positivos? ______
b) ¿Y cuando se suman dos números negativos? ____________________________
c) ¿Y el resultado de sumar un número positivo y un número negativo? _______
____

5. Analicen en grupo la información y con ayuda del maestro revisen sus respuestas.

Cuando los números tienen *signos iguales*	(+3) + (+2) = +5 3 + 2 = 5	Los valores absolutos se suman y el resultado es un número positivo.
	(–3) + (–2) = –5	Los valores absolutos se suman y el resultado es un número negativo.
Cuando los números tienen *signos diferentes*	(+3) + (–2) = +1 3 + (–2) = 1	Los valores absolutos se restan y el resultado lleva el signo del número con valor absoluto mayor.
	(–3) + (+2) = –1 (–3) + 2 = –1	

6. Utilicen el recurso informático *Regla de los signos* para poner en práctica estos conocimientos.

Sesión
2

Goles a favor o goles en contra

1. Reúnete con un compañero para desarrollar ésta y la siguiente actividad.
Si se conoce la cantidad de goles a favor y la de goles en contra se puede calcular la diferencia de goles mediante una suma de números enteros. Por ejemplo:

Goles a favor	Goles en contra	Diferencia de goles
+12	−19	(+12) + (−19) = −7

a) ¿Qué operación permite conocer la cantidad de goles a favor si se conoce la de goles en contra y la diferencia de goles? ______________________

b) Calculen los resultados de las casillas vacías.

Goles a favor	Goles en contra	Diferencia de goles
	− 8	−5
	−11	+3
	− 8	+5
	− 6	−1
+5		+5
+6		− 4

2. Analicen las dos operaciones con números enteros que representan las situaciones planteadas y escriban en su cuaderno en qué son distintas.

Un avión vuela a 450 metros de altitud y baja 57 metros, ¿cuál es su altitud actual? (450) – (57) = 393 (450) + (–57) = 393	Al amanecer, la temperatura en la ciudad de Chihuahua era de –5 °C Si desciende 2 grados en la siguiente hora, ¿cuál es la temperatura en ese momento? (–5) – (2) = –7 (–5) + (–2) = –7

a) ¿Ambas operaciones representan adecuadamente el problema? ¿Cómo lo saben? ______________________

b) ¿Cómo se representa una resta mediante una suma? ______________________

____

3. Practica individualmente el procedimiento de sumar el simétrico del sustraendo al resolver las restas.

(+69) – (–33) = __________
(–5) – (–19) = __________
(29) – (79) = __________
(–81) – (89) = __________
(75) – (33) = __________
(–30) – (–21) = __________

4. Comparen sus resultados con el grupo, particularmente el procedimiento que utilizaron para resolver las operaciones anteriores. Después en coordinación con su maestro, comenten y analicen la siguiente información.

Un sumando desconocido se puede calcular mediante una resta. Por ejemplo, en el primer renglón de la tabla del inciso b), actividad 1, el planteamiento sería:
La diferencia de goles *menos* goles en contra *es igual a* goles a favor.

$$(-5) - (-8) = 3$$

Se puede observar que restar 8 goles en contra es equivalente a sumar 8 goles a favor, es decir, equivale a sumar el opuesto del sustraendo.

$$(-5) - (-8) = (-5) + (+8) = 3$$

La resta de dos números enteros es igual a la suma del minuendo más el simétrico del sustraendo. Por ejemplo:

Si $5 - 7 = -2$; entonces $5 + (-7) = -2$

5. Observen el recurso audiovisual *Resta de números enteros* para comprender más acerca de por qué la resta se transforma en una suma.

6. Utilicen el recurso informático *Suma y resta de números enteros* para continuar comprendiendo cómo se efectúan estas operaciones con números enteros.

De todo un poco

1. En pareja resuelvan los problemas. Pueden hacerlo con operaciones y apoyarse con dibujos o esquemas si lo consideran necesario.

a) En una caja de ahorro, algunos clientes dejarán de ser socios, para lo cual se requiere que el saldo en sus cuentas quede en cero, tal y como se muestra en el ejemplo.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Movimientos									
2	Cargo	– $450.00								
3	Abono	+ $450.00								
4	Saldo actual	0								
5										

¿Cuál es el movimiento que debe realizar cada cliente para que su saldo sea cero?

Nombre del cliente	Saldo Anterior	Movimiento
Salvador Luna	– $890.00	
Carla Uribe	+ $1035.00	

b) El filósofo y dramaturgo Séneca nació en el año 4 a.n.e. y vivió 69 años. ¿Cuál es el año de su muerte?

____

c) En el desierto conocido como la Zona del Silencio, en el estado de Durango, a mediodía se registra una temperatura de 45 °C y para la medianoche la temperatura llega a –12 °C. Indiquen cuál es el cambio de temperatura que allí ocurre.

____

d) En el estado de cuenta del mes de noviembre de su tarjeta de crédito, Gerardo observa que tiene un saldo de $380.00 a favor. Si en el mes de diciembre gastó $575.00, ¿cuál será el reporte de saldo para ese mes? ____________________

e) Durante algunas maniobras para la exploración de petróleo en el mar, un submarino que se encuentra sumergido a 180 m quedó situado en un punto exactamente debajo de un helicóptero que está a una altitud de 230 m. ¿Cuál es la distancia en línea recta entre ellos?

____

f) ¿Cuántos grados cambió la temperatura en un día, si de −3 °C que se registró en la madrugada subió a 5 °C a mediodía? ____________________________

2. Resuelve de manera individual las siguientes operaciones.

(−1) + (1) = ____________________ (−2) − (3) = ____________________

(8) + (−19) = ____________________ (19) − (25) = ____________________

(−18) + (−11) = ____________________ (−28) − (−15) = ____________________

(−4) + (−38) = ____________________ (−11) − (9) = ____________________

3. Comparen sus resultados y procedimientos en grupo; si es necesario, corríjanlos.

4. Observen el recurso audiovisual *Problemas con números enteros* para que conozcan diversas aplicaciones de estos números.

5. En el portal de Telesecundaria encontrarás referencias de páginas web sobre el origen de los signos de los números enteros.

Para terminar

En tu cuaderno escribe un problema que se resuelva con la operación:

(−28) − (−15)

Describe cómo puedes transformar la resta anterior en una suma. Usa en tu descripción el concepto número simétrico.

3. Fracciones y decimales 1

Sesión 1

Para empezar

Los números fraccionarios y los decimales tienen gran utilidad en diversos ámbitos. Por ejemplo, sin ellos los nutriólogos no podrían determinar las porciones necesarias para la alimentación adecuada de los bebés, ni podrían determinar en los alimentos la cantidad de sustancias nutritivas que hay en cada porción. En estas sesiones trabajarás con fracciones y su notación decimal.

Manos a la obra

Se reparte todo y no sobra

1. Trabaja individualmente esta actividad y las dos siguientes. En una guardería se preparó una taza de puré que se va a repartir entre cuatro bebés; a todos les debe tocar igual y no debe sobrar. ¿Qué cantidad de puré le toca a cada bebé? ________

2. La tabla contiene los datos de otros posibles repartos en partes iguales; anota lo que falta. No se vale usar calculadora.

Vínculo con... Biología

En el tema "La dieta correcta, ejercicio y salud" se presenta el Plato del Bien Comer, para que sepas que resulta fundamental tener una dieta correcta para un sano desarrollo físico, incluso desde los primeros meses de vida.

Cantidad de tazas	Cantidad de bebés	¿Cuánto le toca a cada bebé?	Comprobación
1	2		
1	5		
1	8		
2	5		
3	4		

3. Si se reparten 3 tazas de puré entre 2 bebés, ¿a cada uno le tocará más de una taza o menos? ¿Cómo lo sabes? ____________________

____

4. Individualmente, subraya las divisiones que corresponden a la fracción que se indica en cada caso.

a) $\frac{3}{4}$ $4 \div 3$ $4\overline{)3}$ $3 \div 4$ $3\overline{)4}$

b) $\frac{1}{8}$ $1\overline{)8}$ $8 \div 1$ $8\overline{)1}$ $1 \div 8$

5. Compara tus respuestas con las de un compañero. En caso de errores, corríjanlos.

6. Reúnete con un compañero para hacer esta actividad y la siguiente. Anoten lo que falta en la tabla. Observen el ejemplo.

Cantidad de tazas	Cantidad de bebés	¿A cada bebé le toca más de una taza o menos de una taza?	¿Cuánto le toca a cada bebé?
4	3	Más de una taza	$\frac{4}{3}$
2	3		
5	4		
8	5		
3	5		

7. Completen los enunciados.

a) Si se reparten 7 tazas de puré entre 8 bebés, a cada bebé le tocan __________

b) Si a cada bebé le tocó $\frac{5}{7}$ de taza, se puede pensar que se repartieron ________

____

c) Si *a* representa la cantidad de tazas que se reparten y *b*, la cantidad de bebés, ¿qué expresión representa lo que le toca a cada bebé? ______________

8. Expongan al grupo y a su maestro la manera en que representaron el reparto de *a* cantidad de tazas entre *b* cantidad de bebés. Luego lean y comenten con su grupo la información.

> Una *fracción* es la expresión de una cantidad dividida entre otra cantidad y al mismo tiempo es el cociente de esa división. Así, $\frac{a}{b}$ es la fracción que representa la operación $a \div b$ y a la vez el resultado de dividir $a \div b$. La cantidad a es el numerador de la fracción y b el denominador, que debe ser diferente de cero.

9. Observen el recurso audiovisual *Las fracciones indican reparto*, el cual aborda la interpretación de los números fraccionarios como reparto equitativo.

Sesión
2

¿Dónde les toca más?

1. Trabaja individualmente esta actividad y las dos siguientes. En la guardería A se van a repartir 2 tazas de puré de zanahoria entre 3 bebés; en la guardería B se repartirán 3 tazas iguales entre 4 bebés.

a) ¿Cuánto le toca a cada bebé en la guardería A? ________________

b) ¿Y en la guardería B? ________________

c) ¿En cuál guardería le toca más a cada bebé? ________________

d) Explica cómo hiciste la comparación. ____

____

2. Anota los datos que faltan en la tabla.

Guardería A		Guardería B		¿En cuál le toca más a cada bebé?
Tazas	Bebés	Tazas	Bebés	
3	4	4	5	
7	8	5	6	
3	5	2	4	
3	2	15	17	
2	3	4	6	

3. Usa los signos mayor que (>), menor que (<) e igual (=) para comparar las siguientes fracciones.

$\frac{2}{5}$ ☐ $\frac{4}{20}$ $\frac{2}{5}$ ☐ $\frac{8}{20}$ $\frac{2}{5}$ ☐ $\frac{2}{10}$ $\frac{2}{5}$ ☐ $\frac{4}{10}$

4. Comparen con el grupo sus respuestas y, en caso de tener algún error, corríjanlo. Luego, en coordinación con su maestro, lean la siguiente información.

Una manera de comparar $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ consiste en expresar las fracciones en notación decimal.

Fracción		Notación decimal	Fracción		Notación decimal
$\frac{2}{3} =$	$2 \div 3 =$	0.66…	$\frac{3}{4} =$	$3 \div 4 =$	0.75

Al comparar 0.66… y 0.75, el mayor es 0.75, por lo tanto, $\frac{3}{4}$ es mayor que $\frac{2}{3}$, lo cual se representa: $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$.

5. Observen el recurso audiovisual *Otras situaciones que generan fracciones* mediante el cual podrán conocer la aplicación de este concepto en diferentes casos.

¿Cuántas raciones le tocan a cada bebé?

Sesión 3

1. De manera individual realiza este y el siguiente ejercicio. En el registro de alimentos de un bebé aparece lo siguiente:

Días	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Cantidad de papilla (tazas)	$\frac{3}{4}$	0.5	$\frac{6}{8}$	$\frac{3}{2}$	0.8

¿Qué día de la semana comió más? ____________________

2. Anota los datos que faltan en la tabla.

Cantidad de tazas	Cantidad de bebés	¿Cuánta papilla le toca a cada bebé?	
		Fracción	Decimal
1	2		
2	5		
3	4		
5	8		

Cantidad de tazas	Cantidad de bebés	¿Cuánta papilla le toca a cada bebé?	
		Fracción	Decimal
1	3		
5	6		
1	8		
3	10		
4	3		
7	3		

3. Formen un equipo, lean y analicen la siguiente información para contestar la actividad 4.

La fracción $\frac{3}{10}$ de la tabla puede escribirse directamente como número decimal 0.3 que se lee "tres décimos".

Las fracciones que tienen como denominador una *potencia de 10*, (10, 100, 1000, ...) se llaman fracciones decimales.

Otras fracciones son equivalentes a una fracción decimal aunque no tengan como denominador una potencia de 10.

Por ejemplo: $\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0.5$; $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0.75$; $\frac{1}{8} = \frac{125}{1000} = 0.125$

En cambio, fracciones como $\frac{1}{3}$ no son decimales y siempre tienen una cifra, o un grupo de cifras, que se repite llamado periodo.

Por ejemplo: $\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0.333\ldots$; $\frac{5}{6} = 5 \div 6 = 0.8333\ldots$

4. Anoten lo que falta en la tabla.

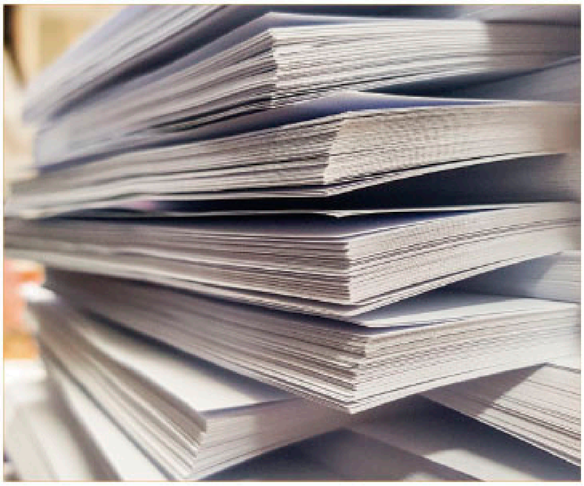
Cantidad de tazas	Cantidad de bebés	¿Cuánta papilla le toca a cada bebé?	
		Fracción	Decimal
		$\frac{1}{6}$	
			0.6
5	4		
		$\frac{7}{25}$	

5. Con apoyo de su maestro, revisen en grupo las respuestas que obtuvieron y corrijan si es necesario.

6. Observen el recurso audiovisual *Conversiones* que muestra cómo convertir un número decimal a fracción.

El grosor de una hoja de papel

Sesión 4



1. Trabaja individualmente esta actividad y la siguiente.
   Una pila de 8 hojas de papel tiene un espesor de 1 milímetro (mm). ¿Cuál es el espesor de una hoja? Justifica tu respuesta. ____________________

   ____

2. Considera que tienes diferentes tipos de papel y están acomodados en montones de diferente grosor. Anota los resultados que faltan en la tabla. Después haz lo que se indica.

Montón	Espesor del montón (mm)	Cantidad de hojas apiladas	Espesor de una hoja (mm)		Orden de acuerdo con el grosor
			Fracción	Decimal	
A	4	32			
B	8	80			
C	3	25			
D	9	100			
E	5	30			
F	42	500			

Usa la última columna de la tabla para ordenar los tipos de papel de acuerdo con su grosor. Corresponde el número 1 al más delgado y el 6 al más grueso.

3. Compara las repuestas de otro compañero con las tuyas.

4. Reúnete con un compañero para efectuar ésta y la siguiente actividad. Anoten en la siguiente tabla, en orden de menor a mayor, cada montón de papel y la medida de grosor de la hoja que han determinado en la actividad 2.

Tipo de montón de hojas						
Grosor de la hoja (mm)						

a) De todas las fracciones que aparecen en la tabla hay una que no es decimal. ¿Cuál es? ______________________

b) Expliquen por qué las otras fracciones sí son decimales.

____

____

5. Resuelvan los problemas.

a) Calculen el espesor de una hoja de su libro de matemáticas. Anoten el resultado.

Fracción: ________ Decimal: _________

b) Aproximadamente, ¿cuántas hojas de su libro de matemáticas equivalen a *un milímetro* de espesor?

____

c) En un librero hay una colección de 15 libros iguales que ocupan 12 cm del estante. ¿Cuál es el espesor de un libro? _______

Fracción: ________ Decimal: _________

6. Observen el recurso audiovisual *Tipos de fracciones y decimales* para que puedan convertir fracciones a decimales y viceversa.

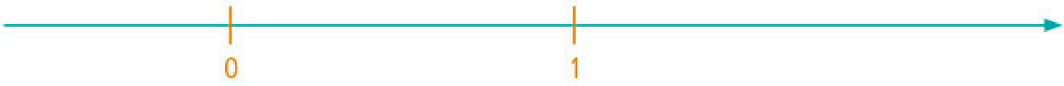
7. Con apoyo de su maestro, revisen las respuestas que obtuvieron. Anoten en su cuaderno una estrategia para ordenar decimales.

Sesión
5

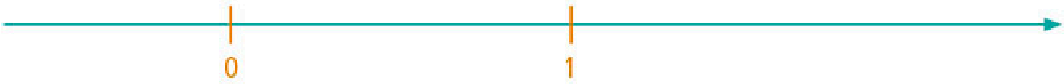
Números en la recta

1. De manera individual, en cada recta numérica, haz lo que se indica.

a) Representa los números $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, 2



b) Representa los números $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{10}{8}$, 2



2. Compara tus respuestas con las de otro compañero y comenten cuáles fueron las estrategias que siguieron para ubicar en cada recta numérica las fracciones indicadas. En caso necesario, corrijan.

3. Reúnete con un compañero y representen los números en las rectas.

a) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, 2

b) $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{5}$, 2

c) $\frac{1}{4}$, 2, $\frac{9}{4}$

d) $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{5}{4}$, 2

e) $\frac{2}{5}$, 1, $\frac{5}{4}$, 2

4. Expongan al grupo, con ayuda de su maestro, las estrategias que siguieron para ubicar en cada recta numérica las fracciones indicadas. En caso necesario, corrijan sus errores. Después lean y comenten la siguiente información.

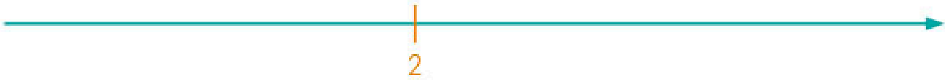
Si en una recta numérica hay ubicados dos números cualesquiera, el tamaño de la unidad está determinado.
Si sólo hay uno, o ninguno, es necesario determinar el tamaño de la unidad.

Sesión 6

Más números en la recta

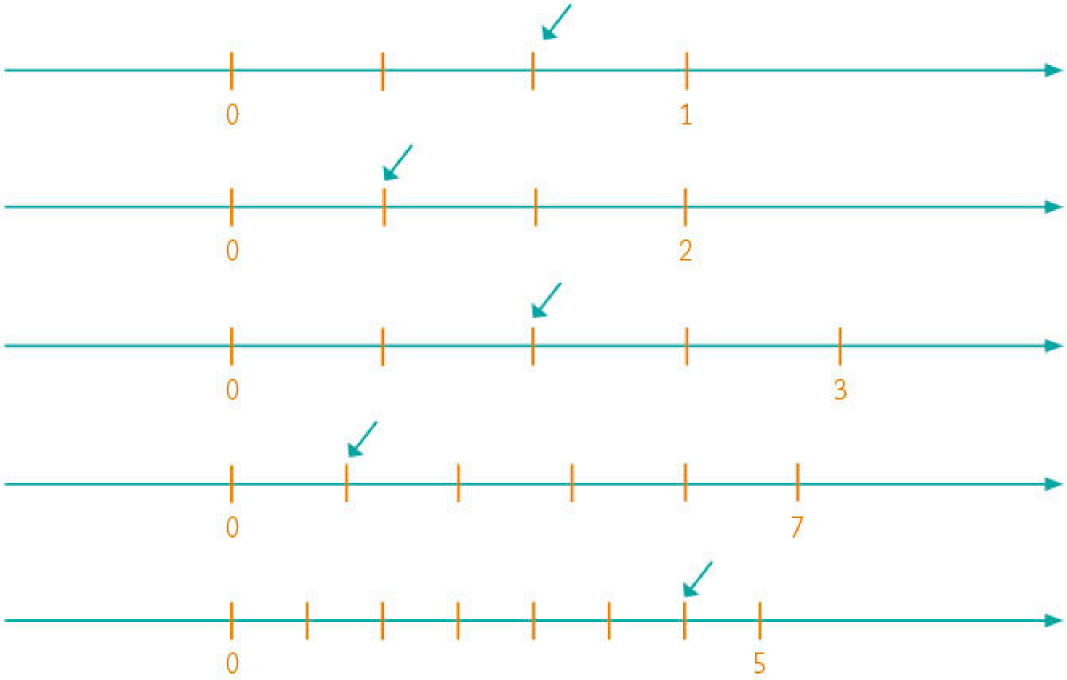
1. Trabaja individualmente esta actividad y la siguiente. ¿Es posible ubicar el 0 y el 1? Si tu respuesta es afirmativa, ubícalos. En caso contrario, explica en tu cuaderno.

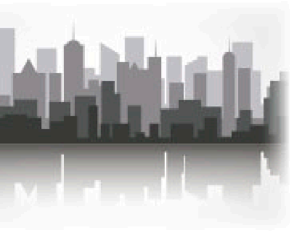
a)



b)

2. En cada recta, anota el número que corresponde a la marca señalada con la flecha.





3. Compara tus respuestas de la actividad anterior con un compañero y después completen los siguientes enunciados.

a) Si una unidad de longitud se divide en tres partes iguales, cada parte es _______ de la unidad. Dos partes son _______ de la unidad y tres partes son $\frac{3}{3} = 1$.

b) Si dos unidades de longitud se dividen en __________ partes iguales, cada parte es igual a $\frac{2}{3}$. Dos partes serán __________ y tres partes equivalen a $\frac{6}{3} = 2$.

c) Si siete unidades de longitud se dividen en cinco partes iguales, cada parte es _____. Dos partes son $\frac{14}{5}$ y cinco partes son _____ $= 7$.

4. Resuelvan los siguientes problemas.

a) Una distancia de 6 pasos se divide en 4 partes iguales, ¿cuántos pasos mide cada parte? ____

b) Un listón de 5 m se dividió en 3 partes iguales, ¿cuánto mide cada parte? ___

____

5. Expongan en el grupo, y con ayuda de su maestro, cuáles fueron las estrategias que siguieron para ubicar en cada recta numérica las fracciones indicadas y resolver los problemas. En caso necesario, corrijan sus errores. Lean y comenten la siguiente información.

Una longitud de 2 unidades dividida en 3 partes iguales, equivale a la división $2 \div 3$ y a la fracción $\frac{2}{3}$, es decir, cada parte mide $\frac{2}{3}$ de la unidad.

6. Utilicen el recurso informático *Ubicación en la recta numérica de números fraccionarios y decimales* para ubicar, ordenar y comparar fracciones y decimales.

7. Observen el recurso audiovisual *La historia de las fracciones y los números decimales* en donde se narra el desarrollo y surgimiento de este tipo de números a lo largo de la historia.

Para terminar

En tu cuaderno, anota las posibles estrategias que deben seguirse para ubicar números fraccionarios y decimales cuando la recta numérica no está graduada, es decir, cuando no está el cero, ni la unidad, ni está ubicado ningún número. Escribe un ejemplo que lo ilustre.

4. Jerarquía de operaciones 1

Sesión
1

Para empezar

Ya has visto que 5 + 4 tiene el mismo resultado que 4 + 5. También sabes que 5 × 4 = 4 × 5. Pero ¿tiene el mismo resultado 5 × (4 + 5) que (5 × 4) + 5? En las siguientes sesiones estudiarás que para realizar ciertas operaciones existe una convención llamada jerarquía de las operaciones; también verás cómo diversos signos de agrupación te permitirán obtener el resultado al seguir un orden determinado dentro de una cadena de operaciones.

Manos a la obra

¿El orden importa?

1. Realiza las siguientes operaciones.

Operaciones	Resultado
9 × 5 − 8 ÷ 2	
4 × 9 + 10 ÷ 2	

2. Forma un equipo para comparar sus resultados y utilicen una calculadora para verificarlos.

Operaciones	Resultado
9 × 5 − 8 ÷ 2	
4 × 9 + 10 ÷ 2	

a) Al comparar sus resultados con los de la calculadora, ¿qué ocurre? ______________

____

b) En su cuaderno, escriban el orden en que se deben realizar ambas cadenas de operaciones para obtener como resultado 41.

c) ¿Cuál de los dos resultados de cada operación escogerían? Justifiquen sus respuestas. ____

____

Dato interesante
Una calculadora científica siempre utiliza la jerarquía de operaciones.

3. En grupo, comparen sus resultados. Observen si todos siguieron el mismo orden para efectuar las operaciones. Si no fue así, propongan el orden en que podría hacerse cada operación. Después, lean y comenten la siguiente información para realizar lo que se pide.

Para llevar a cabo una cadena de operaciones, sin que haya lugar a confusiones a la hora de efectuar las operaciones y para que no se tengan resultados distintos, se ha establecido una convención general sobre el orden en que deben hacerse, la cual se llama jerarquía de las operaciones, misma que a continuación se describe:

Jerarquía

1. Primero se llevan a cabo las potencias y radicales.
2. Luego, multiplicaciones y divisiones.
3. Finalmente, se realizan sumas y restas.

Ejemplo

$$\begin{aligned} 7 + \overbrace{3 \times 8} \div 4 - 5 &= 7 + \underbrace{24 \div 4} - 5 \\ &= \underbrace{7 + 6} - 5 \\ &= 13 - 5 \\ &= 8 \end{aligned}$$

Cuando hay dos o más operaciones de la misma jerarquía, una seguida de la otra, las operaciones se realizan de izquierda a derecha.

4. Para cada una de las siguientes cadenas de operaciones, determina la operación necesaria para lograr el resultado indicado, escribiendo dentro de cada cuadro el símbolo de la operación que corresponda (+, −, ×, ÷).

a) 2 ☐ 3 ☐ 4 − 6 ☐ 3 = 11

b) 5 ☐ 2 + 7 ☐ 8 ☐ 2 = 13

c) 12 + 3 ☐ 5 ☐ 7 ☐ 9 = 29

d) 14 ☐ 35 × 2 ☐ 62 ☐ 8 = 14

Sesión
2

Signos de agrupación

1. Reúnete con un compañero para resolver las actividades 1 y 2.
Al realizar la siguiente cadena de operaciones, debes obtener 38.

4	×	(	9	+	10	)	÷	2

a) Determinen cuál es el orden en que se realizan las operaciones para obtener ese resultado y anótenlo.

b) Apliquen la jerarquía de operaciones que definieron en la anterior cadena de operaciones para obtener el resultado de la siguiente:

9	×	(	8	–	5	)	÷	2

¿Qué resultado obtienen? ________________________________

2. Ahora utilicen la calculadora para verificar el resultado de cada cadena de operaciones.

Operaciones	Resultado con calculadora
4 × (9 + 10) ÷ 2	
9 × (8 – 5) ÷ 2	

Al comparar sus resultados con los resultados de la calculadora, ¿qué ocurre? ____
____

3. Comparen sus resultados en el grupo. Lean y comenten la siguiente información, luego aplíquenla para verificar sus respuestas.

En matemáticas, los signos de agrupación de las operaciones son los paréntesis: ( ).
En una cadena de operaciones, primero se realizan las operaciones dentro de los signos de agrupación y, posteriormente, se sigue aplicando la jerarquía de las operaciones.

7 + (3 + 5 – 6) × 4 – 5
7 + (8 – 6) × 4 – 5
7 + 2 × 4 – 5
7 + 8 – 5
15 – 5
10

4. Trabaja individualmente esta actividad y la siguiente. En las operaciones que siguen coloca los signos de agrupación necesarios para obtener el resultado indicado.

1 + 1 – 1 + 1 + 1 = 1
2 + 2 × 2 ÷ 2 ÷ 2 = 2
3 ÷ 3 + 3 – 3 × 3 = 3
4 + 4 + 4 + 4 ÷ 4 = 4
5 + 5 ÷ 5 + 5 × 5 = 5
6 × 6 ÷ 6 × 6 ÷ 6 = 6

5. Combina 5 números (naturales y decimales). Luego, utilizando las operaciones básicas (+, –, ×, ÷) y los signos de agrupación necesarios, determina tres cadenas de operaciones distintas cuyo resultado sea 25. ______________________________

____

6. Compara tus respuestas con otros compañeros y verifiquen sus resultados con la calculadora.

7. Observen el recurso audiovisual *El orden de las operaciones* para ampliar la información tratada hasta el momento.

8. Utilicen el recurso informático *Aplica la jerarquía de operaciones* para aprender el orden en que deben realizarse las operaciones.

Para terminar

En tu cuaderno, crea dos cadenas de operaciones distintas cuyo resultado sea 325, utilizando las cuatro operaciones básicas y los signos de agrupación que consideres necesarios. Describe el orden en el que realizaste las operaciones en cada una de las cadenas. ¿Consideras que puede crearse más de una cadena de operaciones que den el mismo resultado?, explica tu respuesta.

5. Multiplicación y división 1

Sesión 1

Para empezar

Cuando uno piensa en multiplicar, por lo general cree que el resultado será mayor que cualquiera de los factores que intervienen. Pero en ocasiones la multiplicación de fracciones puede tener resultados sorprendentes. En las tres sesiones verás cómo este tipo de multiplicación puede aplicarse en situaciones comunes tan distintas como el reparto de un terreno o la construcción de canchas deportivas. Al concluir sabrás responder: ¿qué tipo de número será el producto o resultado?, ¿continuará siendo fraccionario?, ¿será mayor o menor que las fracciones que se multiplicaron?

Manos a la obra

Paquetes de jamón

1. Reúnete con un compañero para efectuar esta actividad y la siguiente.
María elabora y vende jamones en dos presentaciones:

Jamón de 2 kg

Jamón de $\frac{3}{4}$ kg

Para determinar la cantidad de jamón que debe surtir cada día, revisa su lista de pedidos y calcula la cantidad total.

Lista de pedidos para el 15 de marzo		
A	B	C
6 paquetes de 2 kg 6 paquetes de $\frac{3}{4}$ kg	3 paquetes de 2 kg 8 paquetes de $\frac{3}{4}$ kg	5 paquetes de 2 kg 3 paquetes de $\frac{3}{4}$ kg

a) ¿Qué cantidad de jamón necesitaría en total para surtir los pedidos del día?______

b) Describan en su cuaderno cómo calcularon la cantidad total de jamón que María necesita tener.

2. Analicen los procedimientos que dos de las parejas de alumnos siguieron para determinar el peso del pedido A y complétenlos.

Procedimiento 1

Jamón de 2 kg: 2 kg + ____________________ = 6 × 2 kg = ________

Jamón de $\frac{3}{4}$ kg: $\frac{3}{4}$ kg + — + — + — + — + — = ____ × — = ________

Procedimiento 2

Jamón de 2 kg	
Número de paquetes	Peso total en kg
1	2
6	

Jamón de $\frac{3}{4}$ kg	
Número de paquetes	Peso total en kg
1	
6	

a) ¿Es posible aplicar el procedimiento 2 para conocer la cantidad de jamón requerida en el resto de los pedidos? Justifiquen sus respuestas. __________

____

b) ¿En cuál de los pedidos se tiene que surtir la misma cantidad de jamón de las dos distintas presentaciones? ____________________

c) En el caso del pedido C, ¿qué cantidad de jamón se necesita para surtir los paquetes de $\frac{3}{4}$ de kilogramo? ____________________

d) Completen la tabla para el jamón de $\frac{3}{4}$ kg.

Número de paquetes	1	2	3	5	10	12	20
Peso total en kg							

e) ¿Qué operación puede realizarse para determinar la cantidad total de jamón que María debe elaborar, sin importar la presentación? ______________

f) ¿Cómo se efectúa la misma operación solamente para el caso del jamón de $\frac{3}{4}$ kg?

____

3. Completa de manera individual la tabla.
María ha considerado introducir otra presentación más: la de jamón de $1\frac{1}{2}$ kg.

Número de paquetes	1	2	3	5	10	15	20
Peso total en kg							

4. Comparen sus respuestas con el grupo. Comenten y analicen la información.

La multiplicación de un número natural por una fracción significa sumar la fracción tantas veces como indica el número natural. Se puede calcular con una suma repetida de la fracción tantas veces como el número natural indique.
Por ejemplo: $\underbrace{\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}}_{\text{4 veces}} = 4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

5. Observen el recurso audiovisual *Tutorial para calcular productos de fracciones en una hoja de cálculo* para que aprendan a manejar esta herramienta.

Sesión 2

Instalaciones deportivas

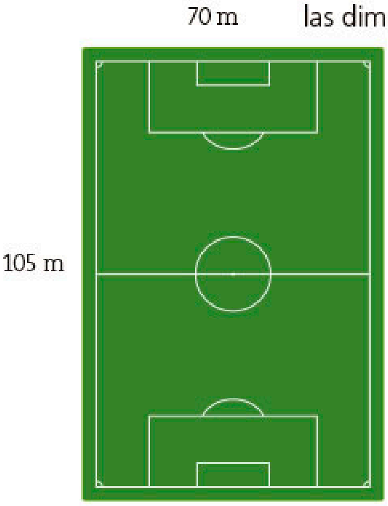
1. Resuelve de manera individual el siguiente problema. La alberca de la unidad deportiva tiene una longitud de 60 m de largo. Diego la recorrió nadando 9 veces el largo de la alberca, mientras que David recorrió $\frac{9}{10}$ del largo de la alberca.

a) ¿Qué distancia ha recorrido cada uno? ____________________

b) ¿Qué operación realizaste para saber el recorrido de David? __________

c) Si al siguiente día David nada $2\frac{2}{3}$ del largo de la alberca, ¿qué distancia habrá recorrido? ____________________

2. Forma un equipo para resolver éste y los dos siguientes problemas. Las medidas de una cancha de futbol soccer profesional son 105 m de largo y 70 m de ancho. En una escuela se ha decidido construir una cancha para futbol soccer para participar en la categoría "Coyote", en la cual juegan solamente jóvenes de 12 a 13 años y las dimensiones de la cancha son $\frac{4}{5}$ de las medidas de una cancha profesional.



a) A partir de la representación a escala de la cancha de futbol profesional, dibuja en tu cuaderno la cancha de la escuela. ¿Será más grande o más chica? ____________________

b) ¿Cuánto medirán los lados de la cancha de la escuela? __________

c) Describan la manera en que calcularon la medida de cada lado de la cancha. ____________________

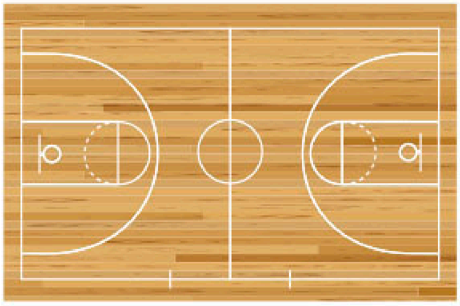
____

d) ¿Por qué número se multiplica cada medida de la cancha original para determinar las medidas de la cancha de la categoría "Coyote"?

____

3. En una unidad deportiva se construyen diferentes tipos de canchas.

a) Para construir la cancha de futbol soccer es necesario un terreno con forma rectangular que mida de largo 100 metros y la medida del ancho sea $\frac{3}{5}$ del largo. ¿Cuánto mide el ancho? ________________________________



b) Los ingenieros determinaron que la medida del largo de la cancha de basquetbol es de 28 metros y la del ancho es $\frac{4}{7}$ del largo. ¿Cuál es la medida del ancho de la cancha? Escriban el procedimiento que usaron para obtenerla. ____

____

____

4. Para la construcción total de la unidad deportiva se requieren 140 toneladas de cemento. Actualmente, la construcción tiene un avance de $\frac{3}{7}$ de la obra total.

a) Si consideran que el siguiente rectángulo representa el total de las 140 toneladas de cemento que se van a utilizar en la obra, ¿cómo representarían gráficamente la cantidad de cemento utilizado?

b) ¿Cuántas toneladas de cemento se utilizaron en el primer séptimo de avance de la obra? ________________________________

c) ¿Cuántas toneladas de cemento han utilizado hasta el momento? __________

5. Comparen sus respuestas con las de su grupo y, en caso de encontrar que los resultados no coinciden, identifiquen por qué. Si es necesario, corrijan. Con apoyo de su maestro, lean y analicen la siguiente información.

La multiplicación $\frac{3}{4} \times 20$ se puede interpretar como $\frac{3}{4}$ de 20.
Una manera de encontrar el resultado es calculando primero $\frac{1}{4}$ de 20, que es igual a 5, y multiplicar el resultado por 3 (porque son tres cuartos), entonces:

$$\frac{3}{4} \times 20 = 5 \times 3 = 15$$

Otra manera es multiplicar 3 × 20 y, posteriormente, dividir entre 4.
Por ejemplo:

$$\frac{3}{4} \times 20 = \frac{3 \times 20}{4} = \frac{60}{4} = 15$$

6. Observen el recurso audiovisual *Multiplicar por una fracción* para comprender más sobre lo que significa y cómo se realiza la multiplicación.

Sesión 3

Reducciones

1. Resuelve en pareja este problema y el siguiente.

Un reportero tiene una fotografía de la final de la competencia de caminata para publicar en un periódico. Le han solicitado reducir $\frac{3}{4}$ de la medida de cada lado de la fotografía. Cuando entrega la fotografía, le dicen que debe reducirla más y le indican que ahora debe ser de $\frac{1}{2}$ de los lados de la fotografía ya reducida.

a) Completen la tabla.

Reducciones	Largo (cm)	Ancho (cm)
Original	80	40
Primera: $\frac{3}{4}$ de cada lado de la fotografía original		
Segunda: $\frac{1}{2}$ de cada lado de la primera reducción		

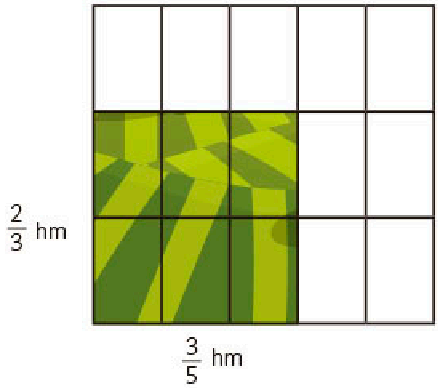
b) El reportero dice que podía haber pasado directamente de las medidas originales a la segunda reducción multiplicando las medidas originales por $\frac{3}{8}$.

¿Tiene razón? ________________________________

¿De dónde obtuvo $\frac{3}{8}$? ________________________________

Glosario
Hectómetro: medida de longitud que equivale a 100 metros (hm).

2. Don Saúl ha heredado a sus hijos un huerto cuadrado que mide 1 hectómetro por lado. En el testamento, Don Saúl ha dejado las siguientes instrucciones para la repartición del huerto:



Arturo recibirá un terreno rectangular con medidas de $\frac{2}{3}$ de hm y de $\frac{3}{5}$ de hm.

Beatriz heredará el resto del terreno. El dibujo de la izquierda representa las medidas del terreno que le corresponde a Arturo:

a) ¿Cómo se obtiene el área del rectángulo que representa el huerto heredado por Arturo?

b) ¿Cuál es el área de la parte de Arturo expresada en hectómetros?

3. Resuelve de manera individual el siguiente problema. El dueño de un terreno ha decidido la distribución de cultivos que se muestra en la tabla. ¿Qué fracción del terreno le corresponde a cada cultivo?

Cultivo	Lado mayor	Lado menor	Fracción del terreno
Frijol	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}$	
Chile	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{5}$	

4. Comparen sus resultados y procedimientos con los de otros compañeros de grupo. Luego lean y discutan la siguiente información.

> Al multiplicar fracciones se obtiene como producto una fracción en la que su numerador es el resultado de multiplicar los dos numeradores y su denominador es el resultado de multiplicar los dos denominadores.
> Por ejemplo:
>
> $$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3 \times 1}{4 \times 5} = \frac{3}{20}$$

5. Observen el recurso audiovisual *Interpretación gráfica de la multiplicación de fracciones* para comprender en término gráficos lo que significa y cómo se realiza la multiplicación.

6. Utilicen el recurso informático que se encuentra en la dirección electrónica: <https://proyectodescartes.org/Telesecundaria/materiales_didacticos/1m_b02_t02_s01-JS/index.html> para reafirmar el significado de esta operación.

Para terminar

a) Subraya las multiplicaciones cuyo resultado es menor que sus dos factores.

$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{5}{3} \times \frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{5}{3} \times \frac{3}{5}$ $\quad$ $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$

b) Responde las preguntas de la sección Para empezar.

6. Multiplicación y división 2

Sesión 1

Para empezar

México es un país con una grave incidencia de diabetes, obesidad e hipertensión, donde el consumo de refrescos es un factor determinante para tener estos problemas de salud. Según cifras de la Organización Mundial de la Salud, cada mexicano consume 1.3 latas de refresco diariamente, lo que equivale a 9 cucharadas de azúcar; esta cantidad es el doble de lo que se recomienda consumir al día. A lo largo de las sesiones aprenderás cómo resolver multiplicaciones de números decimales, lo cual te puede servir para calcular y tener control sobre la cantidad de azúcar que consumes cada día.

Manos a la obra

Vínculo con... Biología

Necesitas conocer los riesgos de ingerir bebidas azucaradas, pues se calcula que en México su consumo causa un número considerable de muertes de hombres y mujeres menores de 45 años. Te recomendamos consultar el tema "Dieta correcta, ejercicio y salud" con el objeto de que conozcas hábitos de alimentación sanos y te animes a adoptarlos.

Décimos, centésimos, milésimos en la multiplicación

1. Reúnete con un compañero para hacer las actividades de la 1 a la 3.
   Itzel es nutrióloga y elabora un cartel para hacer conscientes a sus pacientes sobre el consumo de bebidas gaseosas. Ayúdale a completar la siguiente tabla:

Paciente	Tamaño de la porción (L)	Número de porciones que consume al día	Cantidad total de bebida que consume (L)
Elena	0.2	1	0.2
María	0.2	4	
Manuel	0.355	3	
Joel	0.355	5	
Daniela	0.5	2	

a) ¿Qué paciente o pacientes consumen diariamente un litro o más de refresco? Justifica tu respuesta. ____________________

____

b) ¿Se puede representar 0.2 L como $\frac{2}{10}$ de L? ¿Por qué? ____________________

____

c) Si expresamos como fracción decimal 0.5 L, ¿es correcta la multiplicación $\frac{5}{10}$ x 2 para indicar la cantidad que consume Daniela? ¿Por qué?

____

Glosario

Décimos:

(primer lugar después del punto) 0.1 = $\frac{1}{10}$

Centésimos:

(segundo lugar después del punto) 0.01 = $\frac{1}{100}$

Milésimos:

(tercer lugar después del punto) 0.001 = $\frac{1}{1000}$

Diezmilésimos:

(cuarto lugar después del punto) 0.0001= $\frac{1}{10\,000}$

2. Itzel, la nutrióloga, comentó a Joel que, de seguir el régimen de alimentación y actividad física sugerida, estima que podría bajar de peso alrededor de 0.6 kg por semana.

a) Si el paciente sigue las indicaciones de la nutrióloga, ¿cuántos kilogramos bajará en 3 semanas? ____________

b) Representen la disminución de peso de Joel mediante multiplicaciones con decimales y con fracciones decimales:

Con decimales	Con fracciones

3. Joel hizo las siguientes operaciones para saber cuánto bajaría en 5 semanas. Analicen su procedimiento y contesten las preguntas.

$$\frac{6}{10}\text{ kg} \times 5 = \frac{6 \times 5}{10} = \frac{30}{10} = 3\text{ kg}$$

Si Joel lograra bajar 0.8 kg de peso por semana, ¿cuánto bajaría en 3 semanas?

____

4. Realiza en forma individual este ejercicio y el siguiente. La tabla muestra las semanas que los pacientes de Itzel han seguido sus recomendaciones y han bajado 0.6 kg por semana. Registra cuántos kilogramos ha bajado cada uno.

Paciente	Elena	María	Javier	Manuel
Semanas de tratamiento	2	6	10	7
Peso perdido (kg)				

5. En el cartel que la nutrióloga elabora ha considerado también presentar la cantidad de azúcares que sus pacientes consumen diariamente por beber refresco. Abajo se puede observar la cantidad de azúcares que contiene una porción de 100 ml como viene indicada en la tabla de información nutricional del refresco.

Dato interesante

En algunos países se usa la coma (,) para separar la parte decimal de un número.

En México se optó por el punto para hacer esta separación.

Información Nutricional por:			
	100 ml	250 ml	(%)
Valor energético:	180 kj / 42 kcal	450 kj / 105 kcal	5%
Grasas	0 g	0 g	0%
de las cuales ácidos grasos saturados	0 g	0 g	0%
Hidratos de Carbono	10.6 g	27 g	10%
de los cuales azúcares	**10.6 g**	**27 g**	**29%**
Proteínas	0 g	0 g	0%
Sal	0 g	0 g	0%
*Ingesta de referencia de un adulto medio (8.400 kj/2000 kcal			

Con la información anterior completa la tabla.

Paciente	Elena	María	Manuel	Joel	Daniela
Porciones de 100 ml consumidos al día	2	8	11	18	10
Cantidad de azúcar consumida al día (g)					

6. Comparen sus respuestas con su grupo. Después lean la siguiente información y coméntenla.

La multiplicación de un número natural por un decimal equivale a multiplicar las cantidades sin considerar el punto y luego dividir entre 10, 100, 1000 (o la potencia de 10) según sea el lugar donde se encuentra la última cifra del número decimal. Por ejemplo:

$$0.57 \times 5 = \frac{57 \times 5}{100} = \frac{285}{100} = 2.85$$

Este procedimiento puede simplificarse multiplicando los dos números sin considerar el punto y luego contar las cifras decimales de derecha a izquierda para colocar el punto decimal y, en caso necesario, completar con ceros. Por ejemplo:

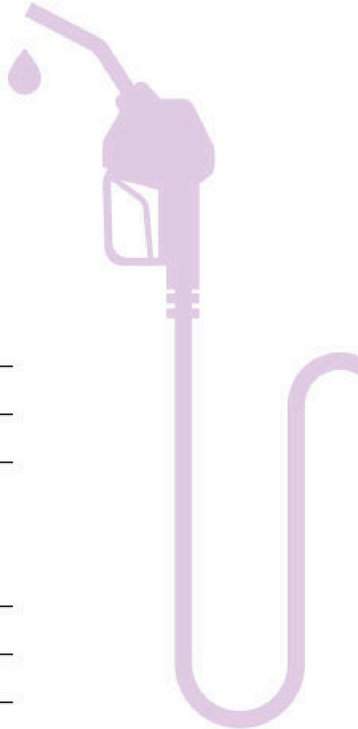
$$0.\underbrace{57}_{\text{2 cifras decimales}} \times 5 = 57 \times 5 = 2.\underbrace{85}_{\text{2 cifras decimales}}$$

7. Observen el recurso audiovisual *Para mover el punto* en el cual se proporcionan otros ejemplos que muestren los procedimientos de multiplicación.

Decimal por decimal

Sesión 2

1. Reúnete con un compañero para hacer las actividades de la 1 a 3.
La ficha técnica de un automóvil señala que el consumo de gasolina en carretera es de 17.7 kilómetros por litro, mientras que en la ciudad es de 14.7 kilómetros por litro. La capacidad máxima del tanque de gasolina es de 40 litros.



Ficha técnica del automóvil

Consumo de gasolina en carretera	17.7 km/L
Consumo en la ciudad	14.7 km/L
Tanque de gasolina	40 L

a) Si el tanque está lleno, ¿cuántos kilómetros puede recorrer en carretera? ____________

b) ¿Y cuántos kilómetros recorrerá en la ciudad? ____________

c) Si el tanque está lleno y consume la mitad en un recorrido por carretera y la otra mitad en la ciudad, ¿cuántos kilómetros recorre el automóvil en carretera? ____________

d) ¿Cuántos recorre en la ciudad? ____________

e) ¿Cuál es el recorrido total? ____________

2. El precio de un trámite en una embajada es 60.75 dólares. El tipo de cambio actual es de $18.50 por dólar. Aproximadamente, ¿cuánto dinero en pesos mexicanos se paga por ese trámite? Seleccionen con una ✓ la cantidad que estimen correcta.

☐ $1213.00 ☐ $1230.00 ☐ $1123.00 ☐ $1200.00

a) ¿Qué operación resuelve el problema? Anótenla y obtengan el resultado. ____________

b) ¿Cuál es la diferencia entre su estimación y el resultado? ____________

3. Analicen el siguiente procedimiento para calcular el costo del trámite:

$$60.75 \times 18 \quad + \quad 60.75 \times 0.5$$

$$\frac{6075 \times 18}{100} \quad + \quad \frac{60.75 \times 5}{10}$$

$$1093.50 \quad + \quad 30.375 \quad = 1123.875$$

a) ¿Cuántas cifras decimales tiene el factor 60.75? ____________________

b) ¿Cuántas cifras decimales tiene el factor 0.5? ____________________

c) ¿Cuántas cifras decimales tiene el producto? ____________________

d) ¿Cuánto dinero en pesos mexicanos se paga por el trámite en la embajada?

____

e) ¿Se obtendrá el mismo resultado si descompones el primer factor y multiplicas las dos partes por el segundo factor? Justifica tu respuesta. ____________

____

____

____

4. Efectúa de manera individual ésta y la siguiente actividad. Haz las operaciones y anota el número de cifras decimales que tiene cada resultado.

Multiplicación	Operaciones	Número de cifras decimales del resultado
2.3 × 8	2 × 8 + 0.3 × 8	1
7 × 0.111		
0.5 × 12.75		
2.5 × 1.2		
1.3 × 11		
0.69 × 10.5		

5. Anticipa, sin hacer la operación, cuál será el número de cifras decimales que tendrá el producto de cada multiplicación. Después realiza la operación con una calculadora para comprobar tu respuesta.

Multiplicación	Predicción	Resultado
24.003 × 0.01		
0.01 × 5		
409.2 × 0.00024		
1.40002 × 0.5		

6. Con apoyo de su maestro, comparen sus respuestas anteriores y analicen la información del recuadro en grupo. En su cuaderno anoten algunos ejemplos para ilustrar el algoritmo.

Algoritmo para multiplicar decimales

Paso 1. Realizar la multiplicación sin considerar puntos decimales.
Paso 2. Sumar las cifras decimales de los factores.
Paso 3. Indicar en el resultado tantas cifras decimales como haya en los factores.

7. Observen el recurso audiovisual *Algoritmo de la multiplicación con números decimales* donde se muestran otros ejemplos de la aplicación de este algoritmo.

8. Utiliza el recurso informático *Multiplicación de números decimales* para que realices más multiplicaciones con decimales y comprendas su algoritmo.

Para terminar

En tu cuaderno resuelve las multiplicaciones usando dos procedimientos diferentes y, en cada caso, describe en qué consisten:

a) 3.5 × 0.2 × 4.1 b) 5.31 × 2.4 c) 0.052 × 1.43

7. Variación proporcional directa 1

Sesión 1

Para empezar

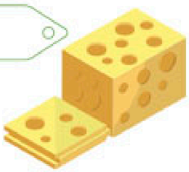
En algunas tiendas que venden pinturas hay máquinas llamadas "tintométricas" con las cuales puede prepararse la misma tonalidad de un color determinado cuantas veces sea necesario. Para ello, se usan exactamente las mismas proporciones de las pinturas que se combinaron, es decir, se establece una relación proporcional entre los colores a combinar, lo cual permite obtener el mismo tono cada vez que sea necesario. En otras situaciones, como la compra de ciertos productos, se pueden establecer relaciones proporcionales entre la cantidad de productos y el precio. Lo que estudiarás en estas sesiones te ayuda a comprender en qué consiste este tipo de relaciones.

Manos a la obra

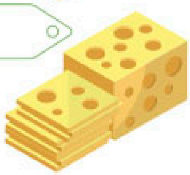
El precio del queso

1. Forma un equipo para efectuar esta actividad y las dos siguientes.
En la tienda La Cuquita venden queso cortado en trozos de diferentes pesos.
Calculen precios y pesos para completar la información faltante en las etiquetas.

1 000 g | $

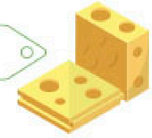


1 250 g | $

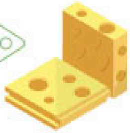


g | $24.00

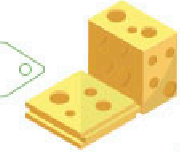
g | $60.00



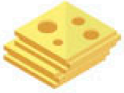
100 g | $



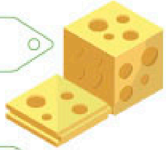
650 g | $



250 g | $50.00

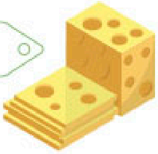


750 g | $



g | $6.00

665 g | $



2. Completen la tabla de precios del queso en La Cuquita considerando los datos que tienen.

Peso (g)	50	150	200	250	300	350	400	500	1 000
Precio ($)				50					

3. En otras tiendas venden el mismo queso, pero a precios diferentes.
En orden ascendente, numeren del 1 al 4 cada una de las tiendas conforme al lugar que ocupan según sus precios. Si hay tiendas que ofrecen el mismo precio, anoten el mismo número en su recuadro.

La Cuquita ☐	
Peso	Precio
250 g	$50.00

El frijol de oro ☐	
Peso	Precio
700 g	$100.00

María bonita ☐	
Peso	Precio
500 g	$100.00

Abarrotes Lupita ☐	
Peso	Precio
200 g	$20.00

El Rey ☐	
Peso	Precio
750 g	$100.00

Don Manolo ☐	
Peso	Precio
350 g	$35.00

4. Comparen sus respuestas con el grupo. Comenten con su maestro y sus compañeros lo que hicieron para obtener esos resultados; en caso necesario, corrijan.

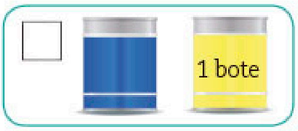
5. Utilicen el recurso informático *¿Cuál es su precio?* para determinar los precios de otros productos.

En el mismo tono

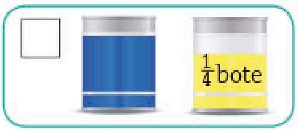
Sesión
2

1. Reúnete con un compañero para hacer las actividades de la 1 a la 3.
Para pintar su casa de color verde, María mezcló 4 botes de pintura azul con 1 de pintura amarilla.

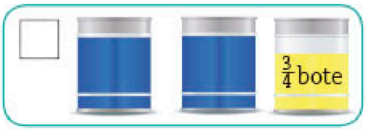
Como le faltó pintura, debe hacer más mezcla. Anoten ✓ a las mezclas que darán el mismo tono de verde.

☐ 

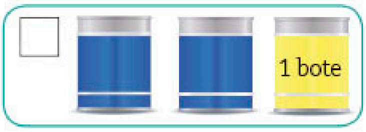
☐ 

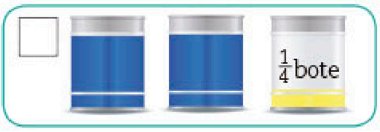
☐ 

☐ 

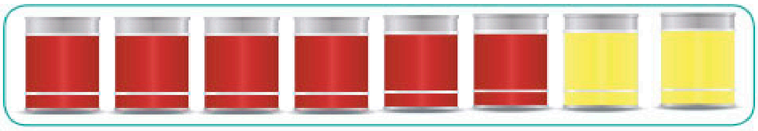
☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

2. Raúl quiso pintar su casa de color naranja. Mezcló 6 botes de pintura roja con 2 de pintura amarilla.



Coloreen y anoten en los botes vacíos la cantidad que se debe mezclar de pintura amarilla con los botes de pintura roja para obtener el mismo tono de color naranja en cada caso.

3. Con base en las relaciones que encontraron en las dos mezclas de pinturas, completen las tablas.

Botes de pintura azul	1	2	3	5	9	10	15	20
Botes de pintura amarilla								

Botes de pintura roja	1	2	4	7	9	10	17	20
Botes de pintura amarilla								

4. Comenten con su grupo sus respuestas y la manera en que las encontraron.

5. Observen el recurso audiovisual *Diferentes mezclas* en el cual se ejemplifican distintas situaciones de proporcionalidad.

Ventas al menudeo y al mayoreo

Sesión 3

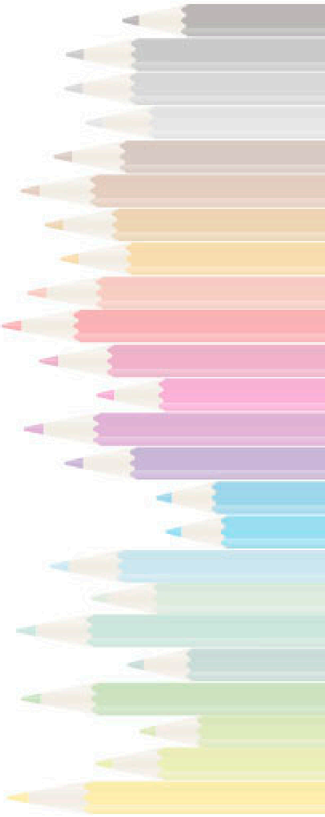
1. Forma un equipo para efectuar ésta y la siguiente actividad.
La tabla 1 corresponde a una papelería que vende productos al mayoreo y la tabla 2 a otra que vende al menudeo. Determina en cuál de las dos tablas se cumplen los criterios que se señalan a continuación.

Tabla 1. Lápices al mayoreo

Cantidad	Precio ($)
10	40.00
20	78.00
30	114.00
40	148.00
50	180.00
60	210.00
70	238.00
80	264.00
90	288.00
100	310.00

Tabla 2. Lápices al menudeo

Cantidad	Precio ($)
10	40.00
20	80.00
30	120.00
40	160.00
50	200.00
60	240.00
70	280.00
80	320.00
90	360.00
100	400.00



a) Al doble de lápices corresponde el doble del precio. ____________________

b) El precio de 20 lápices más el precio de 30 lápices es igual que el precio de 50 lápices. ____

c) ¿Si divides el precio entre la cantidad de lápices siempre te da el mismo número? Justifica tu respuesta.____________________________________

____

d) ¿Cuál de las dos tablas presenta cantidades con una relación de variación proporcional directa? ____

2. Analicen las siguientes situaciones de variación proporcional directa y construyan una tabla en su cuaderno.
   a) Para hacer una instalación se requiere comprar cable. Sólo hay carretes de 20 m que cuestan $240.00 Haz una tabla en la que pongas los costos de 1, 10, 15 y 25 metros de cable.
   b) Un ciclista recorre 12 kilómetros en 24 minutos. Construye una tabla en donde se observe el tiempo que le tomará recorrer 20, 35 y 50 kilómetros si continúa a la misma velocidad.

3. Completa de manera individual las tablas. Anota una ✓ a las que son de variación proporcional directa.

El mes de noviembre tiene 30 días. Lilia lleva la cuenta de los días. ☐

Días que han transcurrido	Días que faltan por transcurrir
2	
4	
6	
	6
	4

Juan y Paco cumplen años el mismo día, pero Paco es dos años mayor que Juan. ☐

Edad de Juan (años)	Edad de Paco (años)
10	
11	
12	
13	
14	

Un auto recorre 15 kilómetros por cada litro de gasolina. ☐

Litros de gasolina	Kilómetros
1	
2	
3	
9	
	150

En Tijuana es una hora antes que en la Ciudad de México. ☐

Hora en la Ciudad de México	Hora en Tijuana
2:00	
5:00	
6:00	
	10:00
	12:00

Se hizo una copia a escala de un dibujo. Por cada 5 cm del original se trazaron 2 cm en la copia. ☐

Medida en el original (cm)	Medida en la copia (cm)
5	
15	
	8
40	
	20

En una tienda, por cada 100 pesos de compra te descuentan 20 pesos. ☐

Compra ($)	Descuento ($)
100.00	
150.00	
	80.00
	200.00
1 500.00	

4. Comparen sus respuestas con el grupo. A continuación, analicen y discutan la información del siguiente recuadro y, por último, en su cuaderno expliquen con sus propias palabras qué es la proporcionalidad directa.

> Las tablas que cumplen con las tres primeras características del ejercicio inicial de esta sesión son tablas de variación proporcional directa.

5. Observen el recurso audiovisual *Tablas de variación proporcional directa* con el fin de que identifiquen los criterios de esta variación.

Para terminar

Plantea una situación en la que haya dos cantidades cuya relación sea de variación directamente proporcional. Construye una tabla con más valores que ejemplifiquen la situación y justifica que la tabla que construiste corresponde a la variación proporcional directa.

8. Ecuaciones 1

Sesión 1

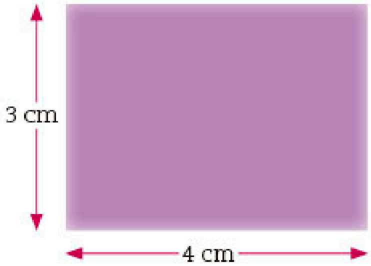
Para empezar

En la primaria aprendiste que para calcular el área de un terreno se multiplica la medida del largo por la medida del ancho o, lo que es lo mismo, la medida de su base por la de su altura. Por ejemplo, si un terreno mide 8 m de largo y 7 m de ancho, su área es 7 × 8, que da como resultado 56 m². Pero, ¿qué pasa si conoces el área y la medida del ancho pero no conoces el largo?, ¿cómo simbolizas esta situación? Al estudiar las siguientes sesiones aprenderás a simbolizar y resolver situaciones en las que hay una igualdad y el valor que se desconoce no es el resultado.

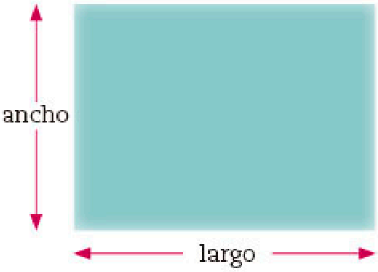
Manos a la obra

Áreas y ecuaciones

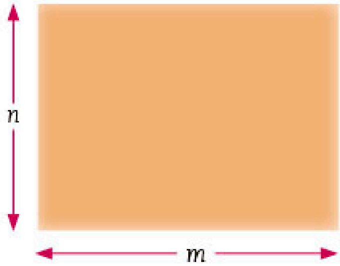
1. Resuelve en pareja esta actividad y las cuatro siguientes.
En cada rectángulo completen lo que tienen que multiplicar para encontrar el área representada.



Área = __________



Área = __________



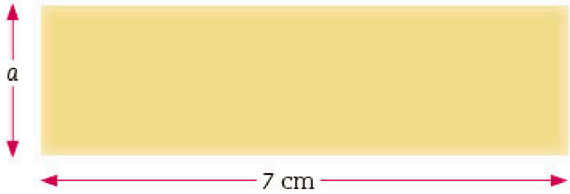
Área =__________

2. El siguiente rectángulo representa un área de 14 centímetros cuadrados.

a) Completen las siguientes expresiones.

Largo × ancho = __________

7 × __________ = __________



b) ¿Cuánto vale a? ______________

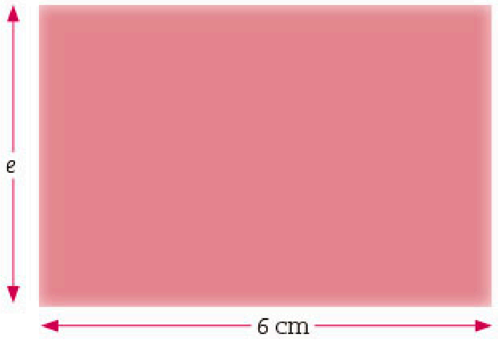
3. El siguiente rectángulo representa un área de 24 centímetros cuadrados.

a) Completen las expresiones.

Largo × ancho = __________

6 × __________ = __________

b) ¿Cuánto vale e? ____________



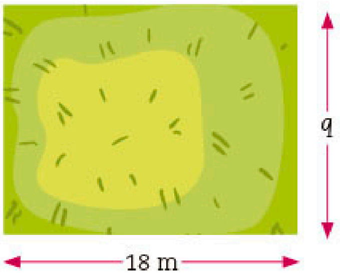
4. Un terreno mide 18 metros de largo y tiene un área de 126 metros cuadrados. Si representamos con la letra q el ancho:

a) Completen las siguientes expresiones:

largo × ancho = __________

18 × __________ = __________

b) ¿Cuánto vale q? ____________



5. Comparen sus respuestas con las de otros compañeros, indiquen la manera en que encontraron el valor de la letra en cada rectángulo. Analicen y comenten la siguiente información.

Otra manera de expresar $5 \times n = 15$ es $5n = 15$, esto se hace para que el signo × no se confunda con la letra equis.

La expresión $5n = 15$ es una ecuación; el valor que se desconoce recibe el nombre de incógnita y puede simbolizarse con cualquier letra, que en el lenguaje algebraico se conoce como literal, en este caso se usó la literal n.

Las letras o literales representan números.

Resolver una ecuación significa encontrar el valor de la incógnita:

$$5n = 15$$
$$n = 3$$

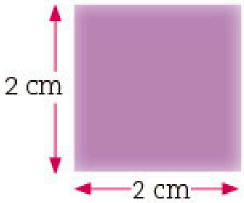
6. Observa el recurso audiovisual *Ecuaciones a nuestro alrededor* en el cual se presentan diversas situaciones cotidianas que pueden representarse con una ecuación.

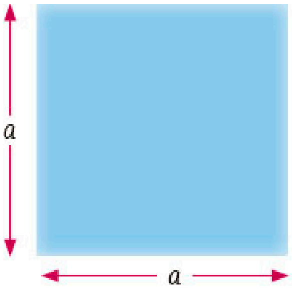
Sesión
2

Perímetros y ecuaciones

1. Resuelve en pareja esta actividad y las siguientes.

a) En cada cuadrado anoten la suma que se tiene que hacer para calcular el perímetro.





Perímetro = __________ Perímetro = __________

b) Cada una de las sumas anteriores se puede expresar con una multiplicación, anótenla:

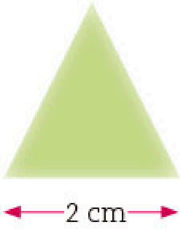
Perímetro = __________ Perímetro = __________

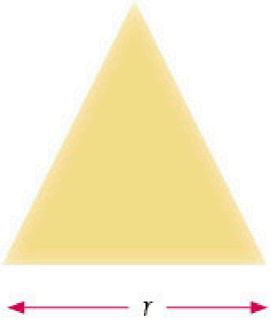
c) Si el perímetro del segundo cuadrado es 12 cm, ¿cuánto vale a? ____________

d) Anoten la ecuación que representa la situación del inciso c). ________________

2. Los siguientes triángulos son equiláteros.

a) En cada uno anoten la suma que se tiene que hacer para calcular el perímetro.





Perímetro = __________ Perímetro = __________

b) Cada una de las sumas anteriores puede expresarse con una multiplicación, anótenla:

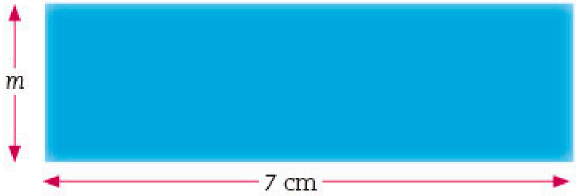
Perímetro = __________ Perímetro = __________

c) Si el perímetro del segundo triángulo es 24 cm, ¿cuánto vale r? ____________

d) Anoten la ecuación que representa la situación del inciso c). ________________

3. El siguiente rectángulo tiene un perímetro de 20 centímetros.

a) Anoten la suma que representa el perímetro de la figura. ____________________



b) Anoten la ecuación que permite calcular el valor de m: ____________________

c) ¿Cuánto vale m? ____

4. Comparen sus respuestas con las de otros compañeros; indiquen la manera en que encontraron el valor de la literal en cada caso. Analicen y comenten la siguiente información.

> Cuando en una ecuación se tienen sumas de literales iguales, la expresión se puede simplificar, por ejemplo, la ecuación:
>
> $$x + x + x + x = 12$$
>
> Se puede escribir como:
>
> $$4x = 12$$

5. Observen el recurso audiovisual *Del lenguaje común al lenguaje algebraico* en el cual se muestra la forma en que el lenguaje común se puede traducir en lenguaje matemático para resolver un problema.

6. Utilicen el recurso informático *Exprésalo mediante una ecuación* para modelar una situación problemática y para que aprendas a traducir del lenguaje común al algebraico.

7. En el portal de Telesecundaria busca una referencia a una página web sobre cómo expresar situaciones cotidianas mediante ecuaciones.

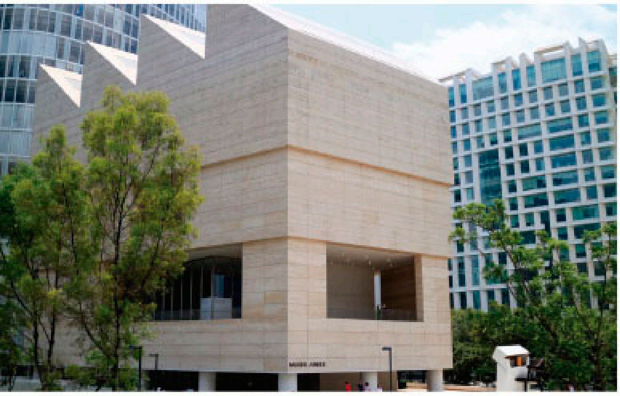
Para terminar

La medida del largo de un terreno rectangular es 8 metros mayor que la medida del ancho. El perímetro del terreno es de 56 metros. ¿Cuáles son las medidas del terreno? En tu cuaderno plantea la ecuación que resuelve el problema y encuentra las medidas de los lados.

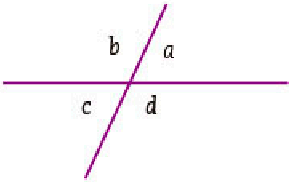
9. Existencia y unicidad 1

Sesión 1

Para empezar



Desde que los seres humanos se hicieron sedentarios han recurrido a la geometría de manera informal para delimitar, construir y medir terrenos. Su conocimiento desempeña un papel esencial en la arquitectura, pues mediante los principios geométricos se logra un aprovechamiento y distribución óptimos de los espacios. En las imágenes que acompañan a este texto, se aprecian algunas figuras geométricas de las que hace uso la arquitectura. En las sesiones plantearás hipótesis y luego tratarás de comprobarlas, pues estos procesos forman parte esencial de esta rama de las matemáticas. Por ejemplo, haz una hipótesis: ¿cuál de los ángulos de la figura piensas que tiene la misma medida que el ángulo a?, ¿y que el ángulo b? Aprenderás a dar respuesta a preguntas como las anteriores y a comprobarlas.

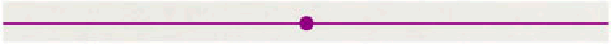


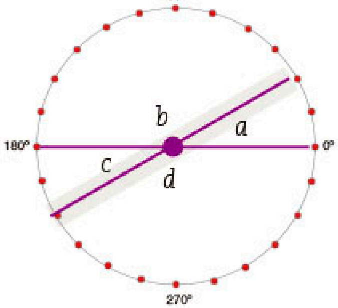
Manos a la obra

¿Cuál es la relación entre los ángulos?

1. Reúnete con otro compañero para efectuar todas las actividades de esta sesión. Para comprobar su hipótesis anterior realicen lo siguiente.

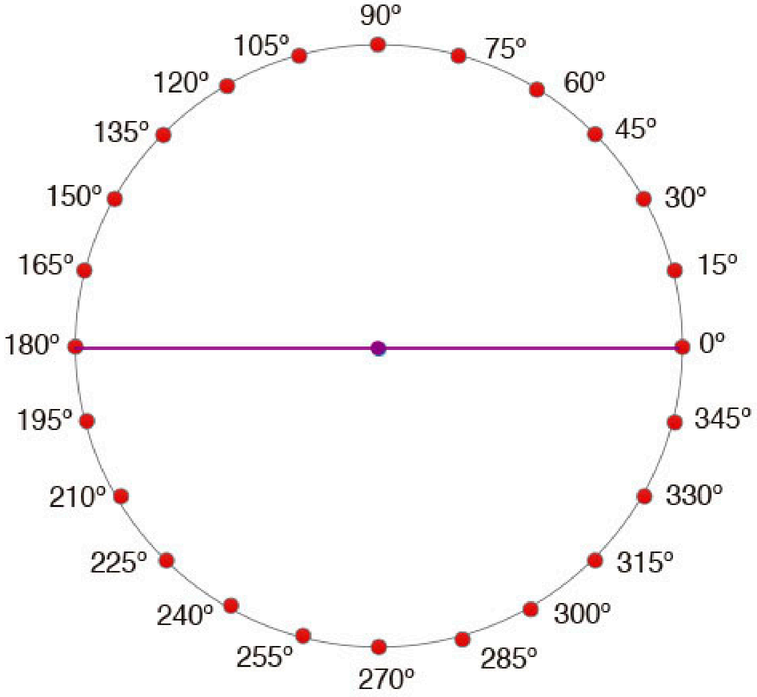
a) Recorten una tira de papel que mida 8 cm de largo por 0.5 cm de ancho. Tracen una recta que la divida en dos partes a lo largo. Marquen el centro con un punto, tal como se ilustra a continuación.





b) Para llevar a cabo lo que se pide en el inciso c), van a colocar en la imagen de la siguiente página la tira en el transportador, de tal manera que formen cuatro ángulos a, b, c y d, como se muestra en la imagen de la izquierda.

c) Formen el ángulo a en el siguiente transportador, con las medidas indicadas en la tabla y anoten las otras medidas.



Ángulo	Medidas					
a	30°	45°	60°	90°	120°	150°
b						
c						
d						

d) Verifiquen que en cada caso la suma de los 4 ángulos sea igual a 360°.

e) ¿Qué relación encuentran entre las medidas de los siguientes ángulos?

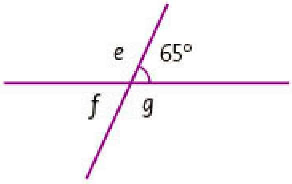
a y c ____________________

b y c ____________________

a y b ____________________

b y d ____________________

2. Calculen y anoten la medida de los ángulos e, f y g y luego escriban el razonamiento que siguieron para encontrar la medida del ángulo f.



3. Comparen sus resultados con el grupo. Después analicen y comenten la siguiente información.

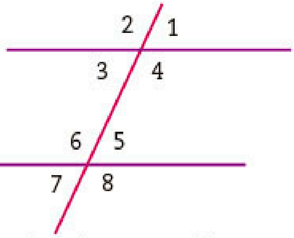
Los ángulos opuestos por el vértice son los que tienen el mismo vértice y los lados de uno son prolongación de los lados del otro. Siempre tienen la misma medida.
Los ángulos adyacentes son los que tienen un lado común, cuando dos rectas se cortan los ángulos adyacentes que se forman suman 180°.

4. Identifiquen en la figura de la actividad 2 cuáles ángulos son opuestos por el vértice y cuáles son adyacentes.

5. Observen el recurso audiovisual *Geometría* en donde conocerán aspectos históricos de esta rama de las matemáticas.

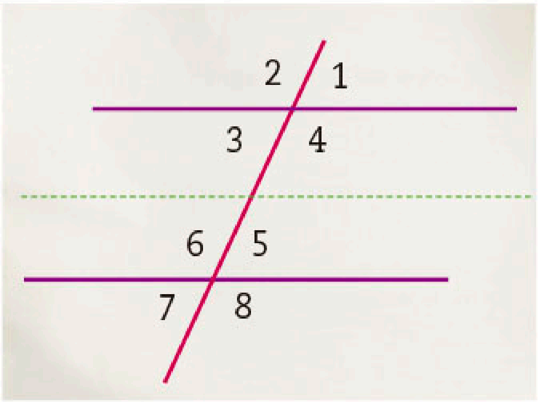
Sesión 2

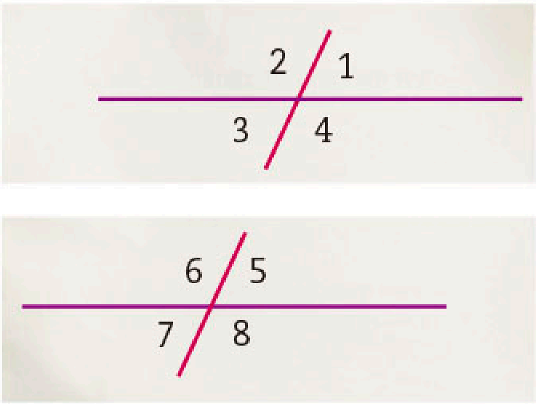
Ángulos entre paralelas



1. Reúnete con un compañero para hacer ésta y la siguiente actividad. En la figura, las rectas moradas son *paralelas* y la línea roja es una *transversal*.
   Hagan una hipótesis, ¿cuáles ángulos piensan que tienen la misma medida que el ángulo 1? ______________________________

2. Para probar su hipótesis realicen lo siguiente:
   a) Tracen la figura anterior en una hoja de papel muy delgado o translúcido, agreguen una línea punteada como se muestra.
   b) Corten por la línea punteada. Obtendrán dos partes.





c) Viendo a trasluz, pongan una parte sobre la otra, de tal manera que los lados del ángulo 1 queden exactamente encima de los lados del ángulo 5.

d) ¿Qué relación hay entre las medidas del ángulo 1 y las del ángulo 5?

e) ¿Cuál es el ángulo que queda encima del ángulo 2? ______________, ¿y del 3?, ¿y del 4? ____

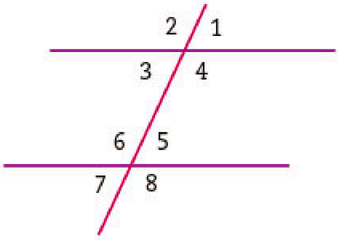
f) Si el ángulo 1 mide 50°, ¿cuáles otros miden lo mismo? ___________________

3. Analicen y comenten lo siguiente con su grupo.

Los ángulos 1 y 5 se llaman ángulos correspondientes. Cuando dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, los ángulos correspondientes tienen la misma medida.

4. Haz las dos siguientes actividades individualmente.

Otra pareja importante de ángulos que se forman en rectas paralelas atravesadas por una transversal son los alternos.



3 y 5 son alternos internos

1 y 7 son alternos externos

a) Hay otra pareja de ángulos alternos internos, ¿cuál es? ____________________

b) ¿Y cuál es la otra pareja de ángulos alternos externos? ____________________

5. Haz una hipótesis y responde lo siguiente.

a) ¿Cómo son entre sí las medidas de los ángulos alternos internos? __________

b) ¿Y las medidas de los ángulos alternos externos? _______________________

c) En tu cuaderno anota una manera de comprobar tu hipótesis.

6. Comparen y comenten sus respuestas en grupo. Si no coinciden, analicen por qué.

7. Observen el recurso audiovisual *Ángulos entre paralelas* en donde aprenderán más sobre este tipo de ángulos.

8. Usen el recurso informático que también se llama *Ángulos entre paralelas* para calcular el valor de los ángulos entre paralelas cortadas por una transversal.

Sesión 3

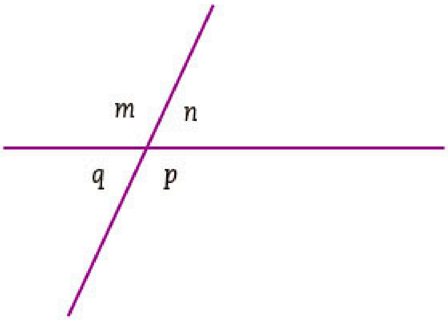
Razonamientos para probar hipótesis

1. Observen el recurso audiovisual *Cómo probar hipótesis* en donde aprenderán diferentes maneras, empíricas o con razonamientos formales, de probar hipótesis.

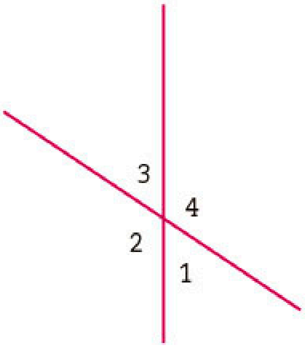
2. Reúnete con un compañero para hacer ésta y las dos actividades siguientes. Una manera de probar que los ángulos opuestos por el vértice m y p son iguales es la siguiente. Complétenla.

El ángulo m y el ángulo n suman ________
El ángulo p y el ángulo n suman ________

Entonces el ángulo m y el p son iguales porque cualquiera de los dos suma _______ con el ángulo n.

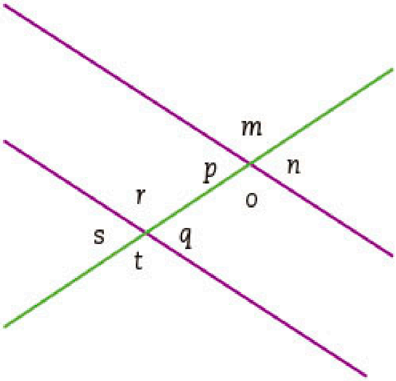


3. Escriban un razonamiento para probar que los ángulos opuestos por el vértice 2 y 4 son iguales.

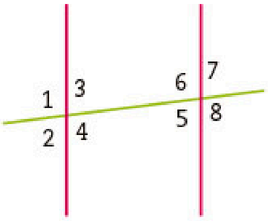


4. Completen el siguiente razonamiento para probar que los ángulos alternos internos p y q son iguales.

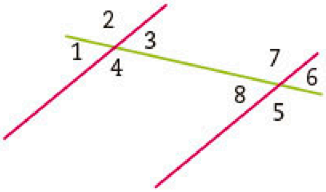
Por ser ángulos opuestos por el vértice, el ángulo p es igual al ángulo ________________
Por ser ángulos correspondientes el ángulo q es igual al ángulo __________________________
Entonces los ángulos p y q son iguales porque los dos son iguales al ángulo ______________



5. Trabaja individualmente esta actividad y la siguiente. Escribe un razonamiento para probar que los ángulos alternos internos 3 y 5 son iguales.



6. Escribe un razonamiento para probar que los ángulos alternos externos 1 y 6 son iguales.



7. Comparen sus razonamientos con los de otros en el grupo. Analicen y comenten en grupo la siguiente información.

Una manera de probar si dos ángulos son iguales es poniendo uno encima de otro para ver si coinciden. Otra manera es midiéndolos. En ambos casos hay imprecisiones y además sólo se está probando la igualdad para ese par de ángulos en particular. Cuando haces razonamientos como los que hiciste en esta sesión pruebas la igualdad para cualquier medida de los ángulos; observa que no fue necesario saber cuánto medían para probar que son iguales.

8. Utilicen el recurso audiovisual *Geogebra* para que puedan trazar paralelas cortadas por una transversal y medir ángulos mediante esa herramienta.

9. En el portal de Telesecundaria encontrarás una referencia a una página web sobre los ángulos y las relaciones que se forman entre ellos cuando una recta oblicua corta a dos rectas paralelas.

Para terminar

Al cortarse dos paralelas por una transversal se forma un ángulo que es 10° mayor que su adyacente. Haz un diagrama que ilustre esta situación, numera los ángulos del 1 al 8 y calcula la medida de cada uno. Describe en tu cuaderno cómo calculaste cada medida.

10. Perímetros y áreas 1

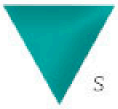
Sesión 1

Para empezar

Los registros que hicieron las civilizaciones babilónicas se conocen con el nombre de kudurru.

Cuando la humanidad desarrolló la agricultura, tuvo la necesidad de determinar áreas especiales para las faenas agrícolas. En particular era importante conocer la superficie y el perímetro de las zonas destinadas al cultivo de la tierra. Hasta donde se tiene registro, las civilizaciones babilónica y egipcia fueron las primeras en plantear problemas de medición de perímetros y áreas.

¿Cómo determinas el perímetro de un triángulo equilátero? Por ejemplo, la medida del lado del siguiente triángulo equilátero es s, ¿cuáles de las siguientes expresiones son válidas para obtener su perímetro? Márcalas con una ✓.



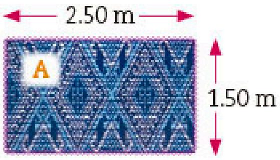
☐ $s + s + s$ ☐ $s + 3$ ☐ $3 \times s$ ☐ $\frac{1}{3}$ s

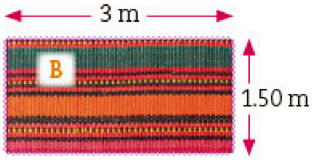
Manos a la obra

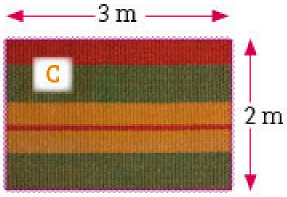
Cálculo del perímetro de rectángulos y cuadrados

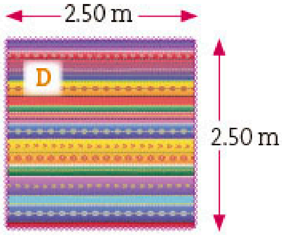
1. Resuelve individualmente.

Laura va a poner un tapete en la sala de su casa. Aún no decide de qué tamaño lo quiere y va a probar con varias medidas. Utilizó una cintilla engomada para marcar el límite que ocuparía cada tapete.









a) Si el carrete de cintilla engomada mide 12 metros de longitud, ¿es suficiente esa pieza para marcar todas las medidas del largo y ancho de cada tapete? Justifica tu respuesta.

b) Describe cómo calculaste la cantidad de cintilla que utiliza en cada caso.

____

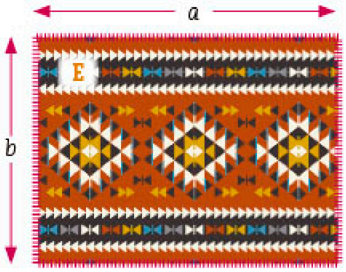
____

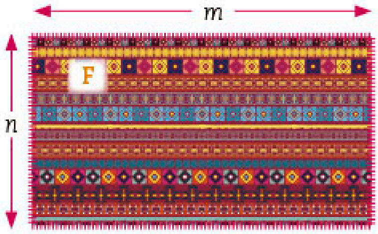
c) Describe también qué es necesario hacer para determinar el perímetro de cada tapete. ________________________________

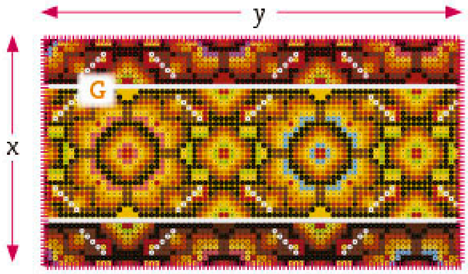
____

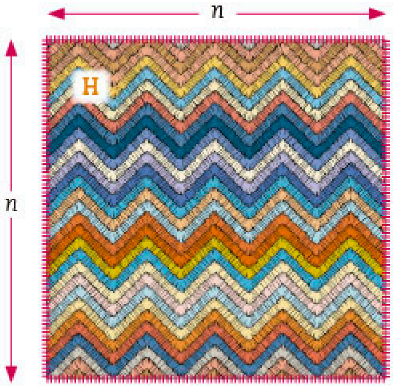
d) ¿Qué forma tiene el tapete D?__________________________

2. Reúnete con un compañero y consideren que las medidas de cada tapete son las siguientes:









Anoten el perímetro de cada tapete.

Medidas del tapete	E	F	G	H
Perímetro				

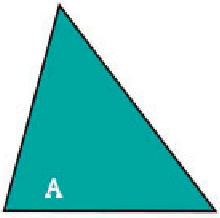
3. Comparen sus respuestas en grupo. Con ayuda de su maestro, acuerden una expresión general para calcular el perímetro de un rectángulo cualquiera, y de manera particular para un cuadrado.

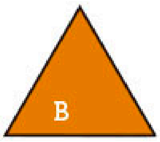
4. Observen el recurso audiovisual *Obtención del perímetro en la antigüedad* que muestra la manera en que las civilizaciones antiguas calculaban los perímetros.

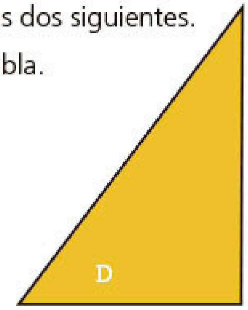
Sesión 2

Perímetro de triángulos y cuadriláteros

1. Reúnete con un compañero para trabajar esta actividad y las dos siguientes. Mide los lados de los siguientes triángulos y completa la tabla.







Triángulo	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Perímetro
A				
B				
C				
D				

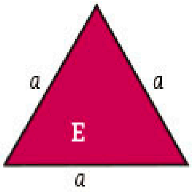
Glosario

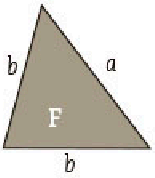
Triángulo escaleno: sus lados son diferentes.

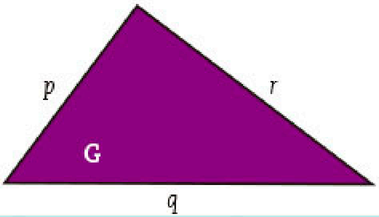
Triángulo isósceles: dos de los lados son iguales.

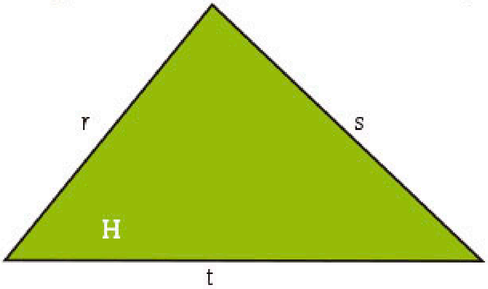
Triángulo equilátero: los lados son iguales.

2. Las medidas de los lados de los siguientes triángulos están identificadas con letras, completa la tabla.









Triángulo	E	F	G	H
Perímetro				

3. Una manera de clasificar triángulos es a partir de la medida de sus lados. En la siguiente tabla, clasifica los triángulos de las dos actividades anteriores a partir de su medida y luego responde las preguntas.

Tipo de triángulo a partir de las medidas de sus lados	Equilátero	Isósceles	Escaleno
Triángulos			

a) ¿Cuál sería una expresión general que permita calcular el perímetro de cualquier triángulo equilátero? ______________________________.

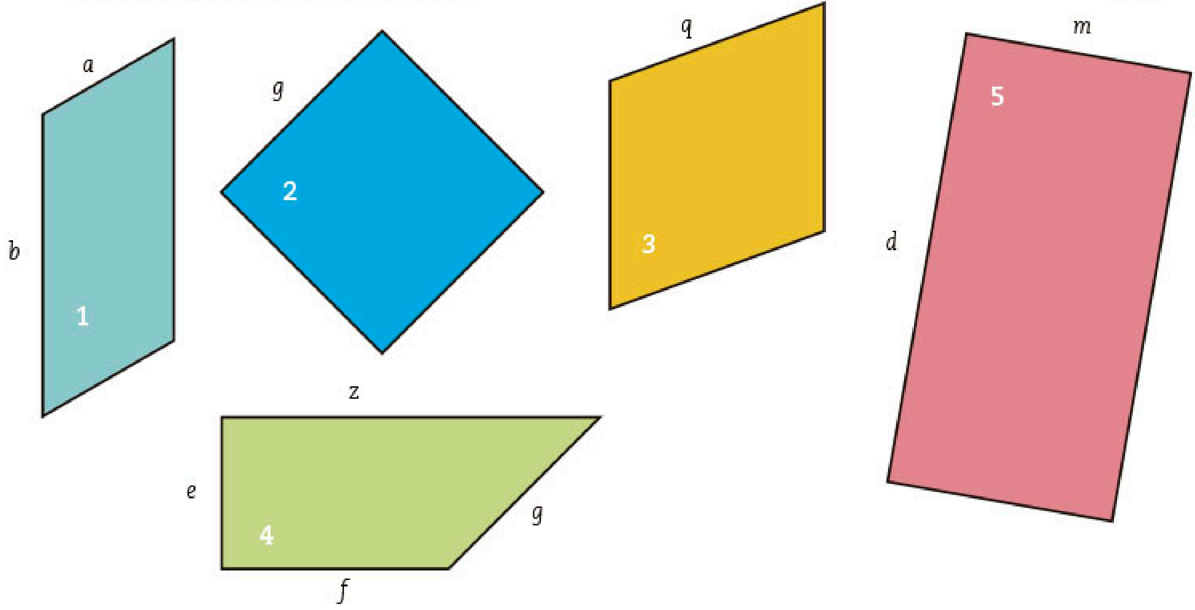
b) ¿Y la de un triángulo isósceles? ______________________________

c) ¿Con qué expresión puede calcularse el perímetro de cualquier triángulo escaleno? ______________________________

d) ¿Cómo se obtiene el perímetro de cualquier triángulo? ______________

____

4. Trabaja individualmente esta actividad. Considera los siguientes cuadriláteros y expresa el perímetro de cada uno.



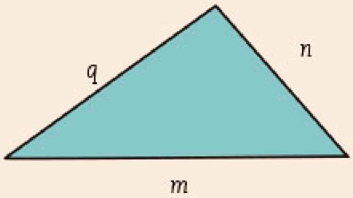
Cuadrilátero	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Lado 4	Perímetro
1					
2					
3					
4					
5					

Indica cuáles expresiones para el cálculo de perímetros de distintos cuadriláteros son equivalentes entre sí.

5. Comparen sus respuestas en grupo. En caso de que sean diferentes, analicen por qué. Luego, con ayuda de su maestro, comenten la siguiente información.

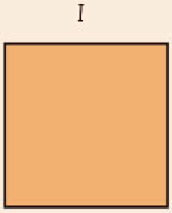
La expresión general o fórmula para obtener el perímetro de un triángulo de lados m, n, q es:

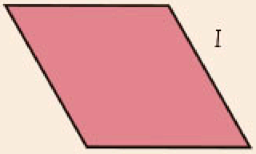
$$P = m + n + q$$



Las expresiones generales o fórmulas para obtener el perímetro de los cuadriláteros que tienen sus cuatro lados iguales, como el cuadrado o el rombo, es:

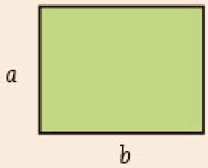
$$P= l + l + l + l = 4l$$

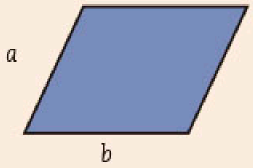




En el caso de los cuadriláteros cuyos lados opuestos tienen la misma medida, pero es diferente en cada par, como el rectángulo o el romboide la expresión general se expresa como:

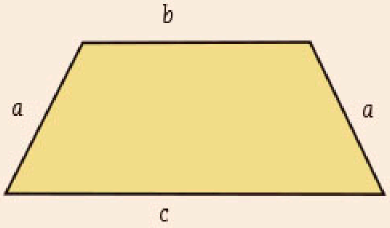
$$P = a + a + b + b = 2a + 2b = 2(a + b)$$





Cuando se tiene un cuadrilátero donde sólo un par de lados tiene la misma medida, como el caso del trapecio isósceles, se usa la expresión:

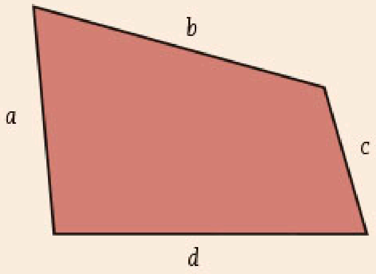
$$P = 2a + b + c$$



Cuando un cuadrilátero tiene medidas diferentes para sus cuatro lados, como el trapezoide, entonces la expresión es:

$$P = a + b + c + d$$

Se lee: el perímetro es igual a la suma de las medidas de las longitudes de sus cuatro lados.

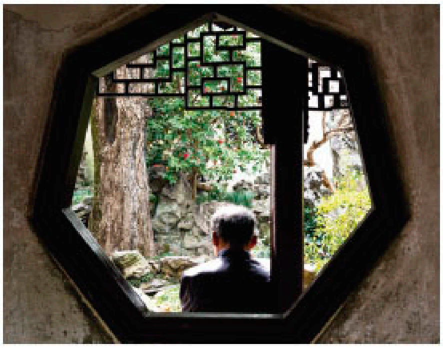


6. Observen el recurso audiovisual *Concepto de perímetro* para que profundicen su conocimiento sobre los perímetros.

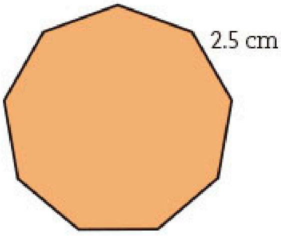
Fórmula del perímetro de polígonos y del círculo

Sesión 3

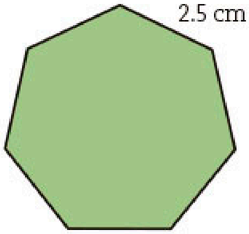
1. Reúnete con un compañero para efectuar esta y la siguiente actividad. Un carpintero hace una ventana similar a la de la fotografía, la medida del lado del marco de la ventana es de 35 cm. ¿Cuánto mide el marco de la ventana?


Ventana heptagonal en los jardines Yuyuán de Shanghái (China).

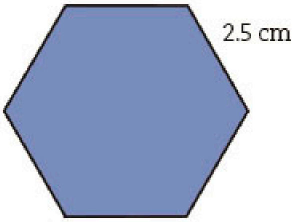
2. Obtengan el perímetro de los polígonos regulares.



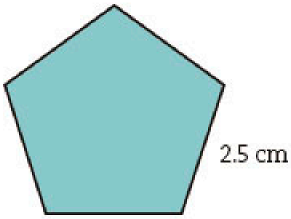
P = ______



P = ______



P = ______



P = ______

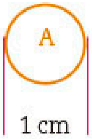
a) Describan en su cuaderno cómo obtuvieron el perímetro de cada polígono regular.

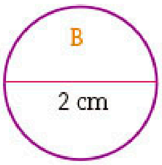
b) Propongan y escriban una manera general de expresar el perímetro de cualquier polígono.

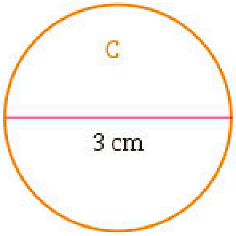
Glosario

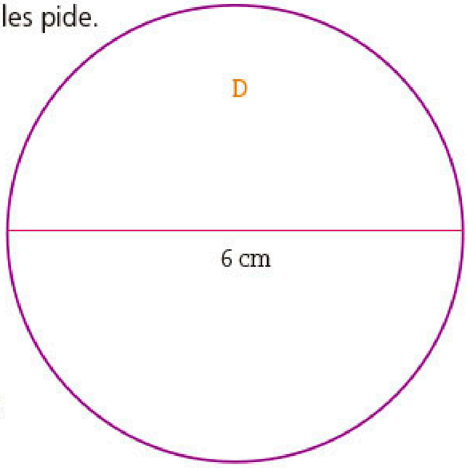
Polígono regular: polígono cuyos lados y ángulos interiores son iguales entre sí.

3. Formen un equipo, consideren los siguientes círculos y hagan lo que se les pide.



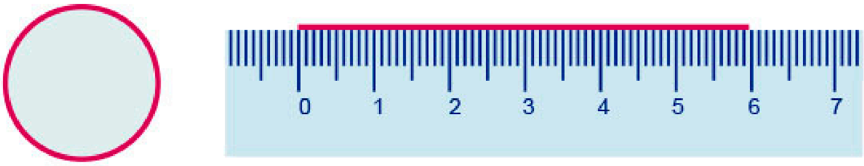






a) Utilicen un trozo de listón, estambre o hilo para seguir el contorno de cada círculo hasta cerrarlo.

Luego, midan con una regla la longitud que alcanzó el trozo de material, tal como se puede ver en la imagen.



b) Completen la tabla con las medidas de cada circunferencia y su relación con el diámetro.

Círculo	Diámetro	Perímetro	Razón = $\frac{\text{Perímetro}}{\text{Diámetro}}$
A	1 cm		
B	2 cm		
C	3 cm		
D	6 cm		

c) ¿Cuántas veces, aproximadamente, cabe la medida del diámetro en la medida del perímetro de cada círculo? ______________________

4. Con apoyo de su maestro revisen en grupo las respuestas que obtuvieron. Pongan especial atención a su respuesta del inciso c) de la actividad 3. Luego comenten la siguiente información.

El perímetro de un polígono regular con n número de lados es igual a la suma de la medida de todos sus lados, lo que equivale al producto del número de lados por la medida de cada lado. Y se expresa de la siguiente manera:

$$P = \underbrace{l + l + l + \cdots + l}_{n\ veces} = n \times l = nl$$

donde n es el número de lados y l es la medida de la longitud de cada lado del polígono regular.

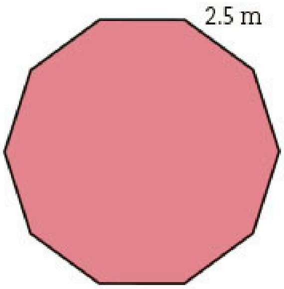
El número de veces que cabe el diámetro en la circunferencia de un círculo es constante y se llama Pi (π), su valor es aproximadamente de 3.14. Por lo tanto, la relación entre la longitud del diámetro y la longitud del perímetro es directamente proporcional.

El perímetro de un círculo se obtiene mediante la expresión:

$$P = \pi \times d$$

Se lee: el perímetro es igual al producto de la medida del diámetro por π, donde d es el diámetro del círculo y $\pi = 3.14$

5. Contesta en tu cuaderno las preguntas.



a) Un jardín tiene forma y medida de sus lados como se muestra en la imagen de la izquierda, ¿cuánto mide su perímetro?

b) Mauro trazó un polígono de 20 lados (icoságono) con apoyo de Geogebra. La medida de cada lado es 2.5 cm. ¿Cuánto mide su perímetro?

c) ¿Cuánto mide el perímetro de un **eneágono**, un **tridecágono** y un **triacontágono**, si la medida del lado en cada caso es de 2.5 cm?

d) Javier adornará con encaje el contorno de un mantel redondo cuyo diámetro es de 1.80 m. Él tiene una pieza de encaje que mide 20 m. ¿Qué cantidad de encaje usará? ¿Cuánto le sobrará?

e) Una pista circular como la que se muestra tiene un diámetro de 4 km. ¿Cuántos kilómetros tiene la pista?

f) Una circunferencia mide $\frac{9}{2}\pi$, ¿cuánto miden el radio y el diámetro?

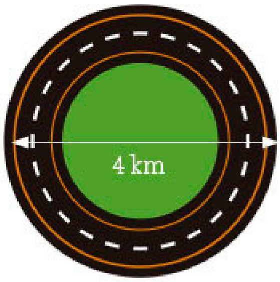
g) ¿Qué ocurre con el perímetro de un polígono regular cuando se aumenta el número de lados, pero la medida de sus lados siempre es la misma?

Glosario

Eneágono: polígono de 9 lados iguales.

Tridecágono: polígono de 13 lados iguales.

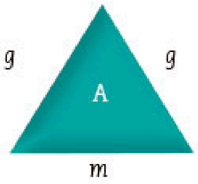
Triacontágono: polígono de 30 lados.

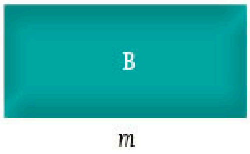


6. Observen el recurso audiovisual *Conocer el número π* para que comprendan la importancia que ha tenido este número para la humanidad.

Para terminar

En una hoja copia las siguientes figuras y transforma la figura A en la figura B.





En tu cuaderno describe la manera en que las puedes transformar para obtener el perímetro del rectángulo a partir del triángulo. Calcula el perímetro de ambas figuras.

11. Volumen de prismas 1

Sesión 1

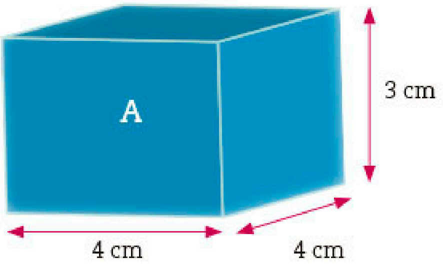
Para empezar

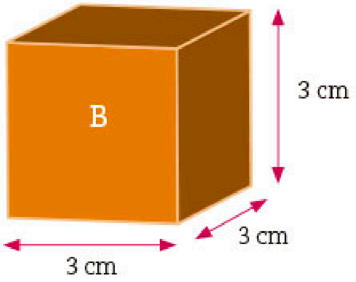
Cuando una persona considera que un pantalón le queda sin tener que medírselo, cuando valora si un mueble cabe en el espacio donde lo quiere colocar o cuando estaciona un automóvil, pone en juego la noción de volumen. Todos los objetos, personas y animales ocupan un espacio, es decir, tienen volumen y, en muchas ocasiones, es necesario medir ese volumen. Por ejemplo, ¿cuál es el volumen de una caja en forma de cubo que mide 5 cm de arista? Estudiando las tres sesiones aprenderás a responder este tipo de preguntas al calcular el volumen de prismas rectangulares.

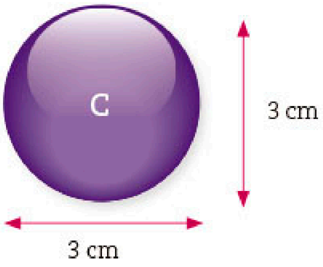
Manos a la obra

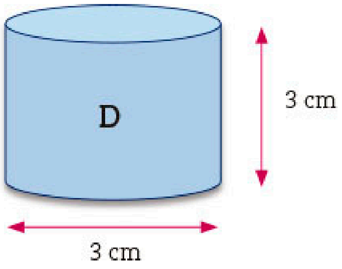
Sube el nivel del agua

1. Reúnete con un compañero para hacer ésta y la siguiente actividad.
Estos cuerpos están hechos de plastilina. Respondan sin hacer operaciones.









a) Si los sumergen en agua, ¿con cuál subirá más el nivel del agua, con A o con B? ________________

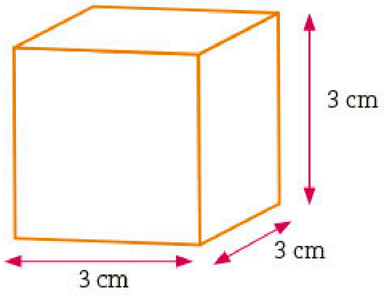
b) Decimos que ______ tiene mayor volumen que ________________

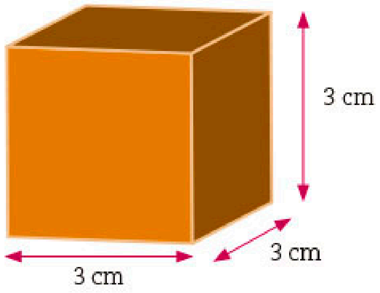
c) Ahora sumerjan en agua los cuerpos C y D, ¿cuál tiene mayor volumen? ____

d) Ordenen los cuerpos del que tiene mayor al que tiene menor volumen.

_____, _____, _____, _____ .

2. Supongan que el cubo blanco pesa menos que el cubo naranja y que ambos se pueden sumergir en el agua o en algún líquido.





a) ¿Cuál subirá más el nivel del agua? ________________________________

b) ¿Cuál ocupa más espacio? ________________________________

3. Ahora imagina un cubo sólido de piedra más pequeño que un cubo hueco hecho sólo de plástico.

a) ¿Cuál crees que pesa más? ________________________________

b) ¿Cuál tiene mayor volumen? ________________________________

c) Si un objeto tiene mayor volumen que otro, ¿pesa más? Argumenta tu respuesta. ________________________________

4. Forma un equipo, tomen 10 objetos que estén a su alcance (cuadernos, libros, lápices, etcétera) Ordénenlos de mayor a menor volumen.

5. Comparen sus resultados con los de otros compañeros. Comenten cómo determinaron cuáles cuerpos elevarán más el nivel del agua al sumergirlos. Después, lean la siguiente información.

El volumen de un cuerpo es la cantidad de espacio que ocupa. Si dos cuerpos están hechos del mismo material, al sumergirlos en agua, el que tenga mayor volumen subirá más el nivel del agua. Además, el volumen no tiene relación con el peso de un objeto: puede haber cuerpos con un volumen muy pequeño que pesen mucho más que objetos con un volumen más grande.

6. Observen el recurso audiovisual *El volumen* que les permitirá conocer otras situaciones en las que está presente esta magnitud.

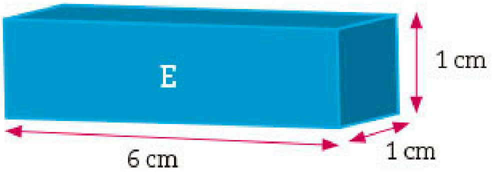
Sesión 2

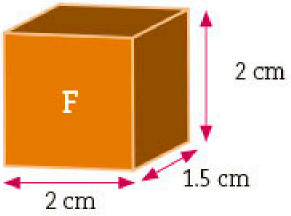
Comparación de volúmenes

1. Reúnete con un compañero para hacer las actividades 1 y 2. Usen plastilina para construir estos **prismas**. Respondan sin hacer operaciones.

Glosario

Prisma: cuerpo geométrico que tiene dos caras paralelas iguales y sus caras laterales son paralelogramos.





a) ¿Cuál tiene mayor volumen? ______________________

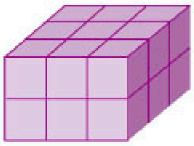
b) Para comprobar su respuesta, trasformen el prisma E en un prisma como el F.

c) Al hacerlo, ¿les sobró o les faltó plastilina? __________ Entonces…

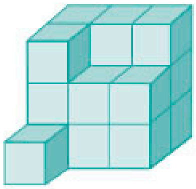
d) ¿Cuál tiene mayor volumen? ______________________

2. Los siguientes cuerpos están hechos con cubos del mismo tamaño.

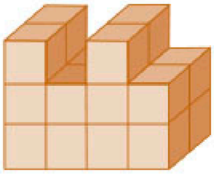
G



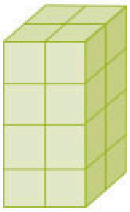
H



I



J

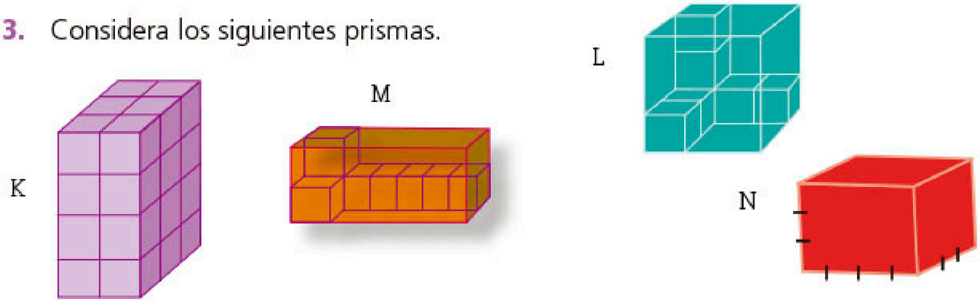


a) Ordenen del de mayor al de menor volumen. ______________________________

b) ¿Cuál estrategia usaron para ordenarlos? ______________________________.

c) Anoten a cada cuerpo el número de unidades cúbicas que lo forman.

3. Considera los siguientes prismas.



a) Ordena del que tiene mayor al que tiene menor volumen.

b) Anota a cada prisma el número de unidades cúbicas que lo forman.

4. Compara tus respuestas con las de otro compañero, si hay diferencias averigüen por qué y corrijan en caso necesario. Luego comenten la siguiente información.

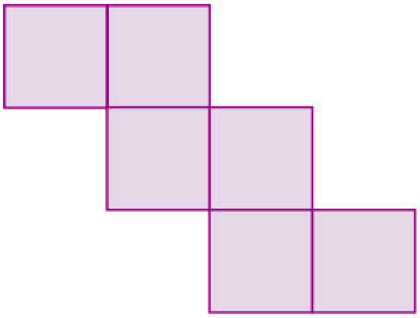
> El volumen de un cuerpo geométrico puede calcularse contando las unidades cúbicas que lo forman.

5. Observen el recurso audiovisual *¿Por qué el cubo?* donde aprenderán por qué el cubo se usa para medir volúmenes y conocerán que también se pueden medir con otras unidades.

Hacia la fórmula

Sesión 3

1. Trabaja en equipo las actividades de la 1 a la 4.
Dibujen esta plantilla en cartulina y determinen dónde ponerle pestañas para que, al recortarla, pueda armarse un cubo que mida 1 centímetro por arista. Cada integrante del equipo debe armar su propio cubo.



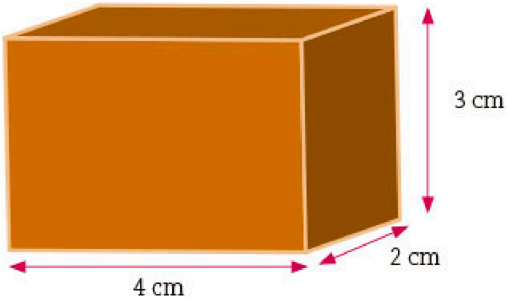
Dato interesante

Sebastián, el escultor

Su nombre verdadero es Enrique Carbajal González Santiván y nació en Ciudad Camargo, Chihuahua. Se especializa en la construcción de esculturas geométricas. Su lenguaje escultórico se apoya en disciplinas como la geometría, acercándose a la topología y la cristalografía.

Un cubo que mide un centímetro de arista es un centímetro cúbico; se escribe 1 cm^3

a) ¿Cuántos centímetros cúbicos se necesitan para armar un prisma con las medidas indicadas?



b) Lean y completen la siguiente información.

El número de centímetros cúbicos que forman el prisma es su volumen.
Entonces: el volumen de este prisma es ________centímetros cúbicos.
Esto se simboliza: V = _______ cm^3

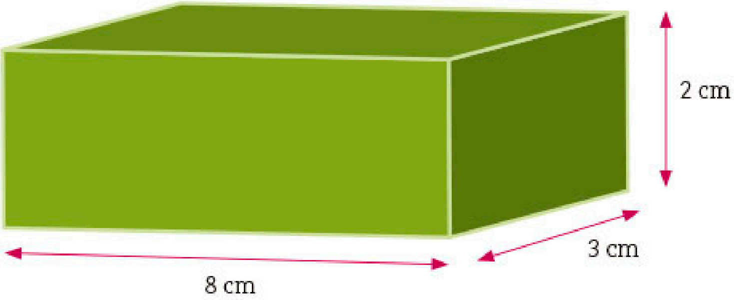
2. Comparen sus respuestas con otros compañeros.

3. Reúnan todos los centímetros cúbicos del grupo y armen el prisma para comprobar su respuesta, si es necesario construyan más.

4. Comenten cuál es la manera de calcular el volumen de un prisma cuando se conocen las medidas del largo, el ancho y la altura.

5. Responde de manera individual los siguientes problemas.

a) ¿Cuál es el volumen de este prisma? _______________



b) ¿Cuál es la altura de una caja en forma de prisma rectangular si su volumen es 80 cm^3 y su base mide 4 cm de largo y 4 cm de ancho? ________________

c) Un prisma rectangular tiene un volumen de 48 cm^3. ¿Cuáles podrían ser sus medidas? ____

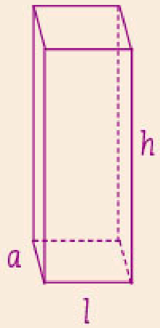
6. Observen el recurso audiovisual *El volumen de prismas rectangulares* en donde se desarrolla la deducción de la fórmula para calcular el volumen de estos prismas.

7. Comparen sus respuestas con otros compañeros, si hay diferencias, averigüen por qué y corrijan en caso necesario. A continuación, lean y comenten la siguiente información.

El volumen de un prisma recto rectangular se calcula con la fórmula:

$$V = \text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura}$$

Al multiplicar el largo por el ancho se obtiene el área del rectángulo que es la base del prisma por lo que la fórmula anterior puede expresarse:



$$V = \text{área de la base} \times \text{altura}$$

En símbolos:

$$V = A_b \times h$$

8. Observen el recurso audiovisual *Métodos para calcular el volumen* en donde observarán algunas formas utilizadas para el cálculo del volumen.

Para terminar

Se tiene un cubo que mide 2 cm de arista. Si cada arista aumenta al doble, ¿cuántas veces aumenta el volumen del cubo? Explica en tu cuaderno cómo determinaste el incremento del volumen.

12. Gráficas circulares 1

Sesión 1

Para empezar

Población mundial por género

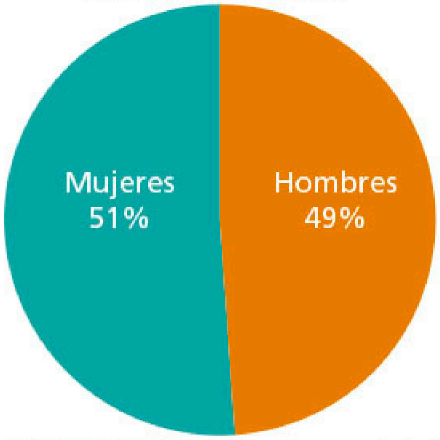
Fuente: Inegi. http://cuentame.inegi.org.mx/poblacion/mujeresyhombres.aspx?tema=P

La manera de presentar una información es determinante para que las personas comprendan lo que un dato o gran cantidad de ellos representan. Por ejemplo, las siguientes gráficas circulares presentan la población mundial y la de México.

De acuerdo con este par de gráficas, ¿cuántas personas hay en el mundo? ¿Qué porcentaje son mujeres? ¿Y cuántas mujeres son mexicanas?

En las dos sesiones aprenderás a interpretar y construir gráficas circulares como las anteriores y sabrás qué tipo de información es conveniente presentar en ellas.

Porcentaje de población en México por género



119 530 753 habitantes en total

Manos a la obra

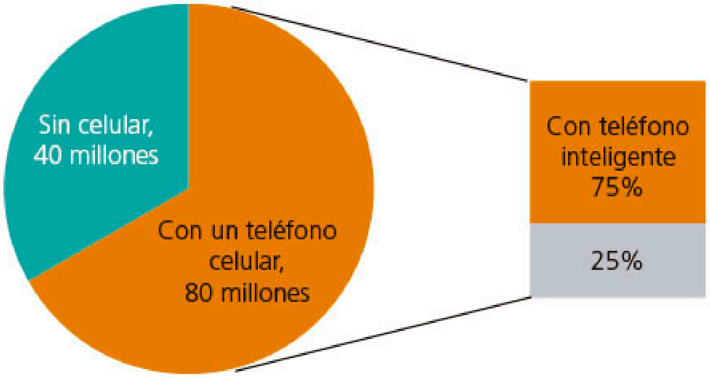
Un dato para comunicar

Vínculo con... Geografía

Lo que aprenderás a lo largo de estas sesiones te servirá para que leas e interpretes las gráficas que se presentan en el tema "Explotación y aprovechamiento de los minerales".

1. Lee de manera individual la siguiente información y contesta las preguntas.

Distribución de la población con respecto a tener o no celular

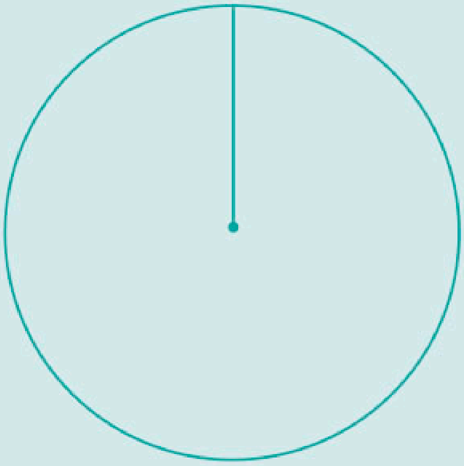


a) ¿Cuántas personas tienen un teléfono celular? ______________________

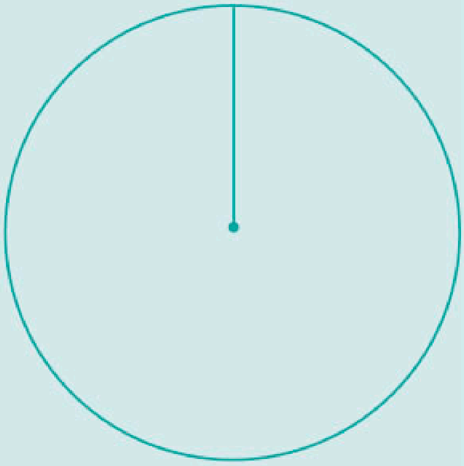
b) ¿Qué parte de la gráfica representa las personas que no tienen un teléfono celular? ______________________

2. Reúnete con un compañero para resolver esta actividad y la siguiente. Supongan que un lugar está poblado por sólo 100 habitantes y que tuvieran que comunicar mediante una gráfica circular los siguientes datos. En las gráficas representen cada dato.

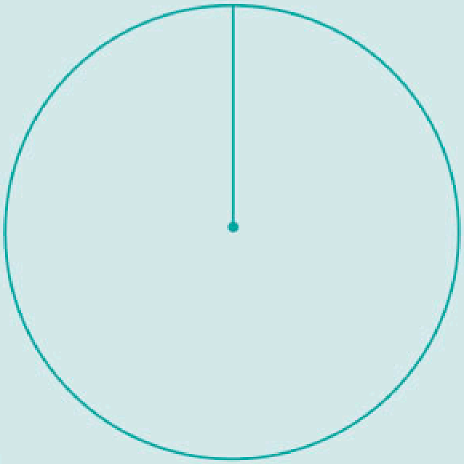
50 de 100 personas saben nadar



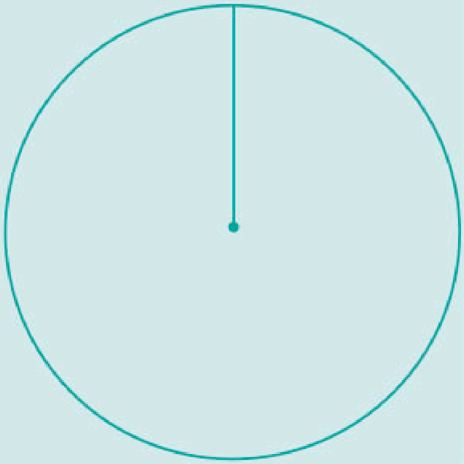
75 de 100 personas les gusta leer



20 de 100 personas sólo hablan una lengua indígena



25 de 100 personas saben bailar



Dato interesante

Una de las funciones del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (Inegi) es recopilar y difundir información de toda la nación en cuanto a su territorio, población economía y sus recursos. Ésta es una labor esencial para que los mexicanos conozcamos mejor las características de nuestro país.

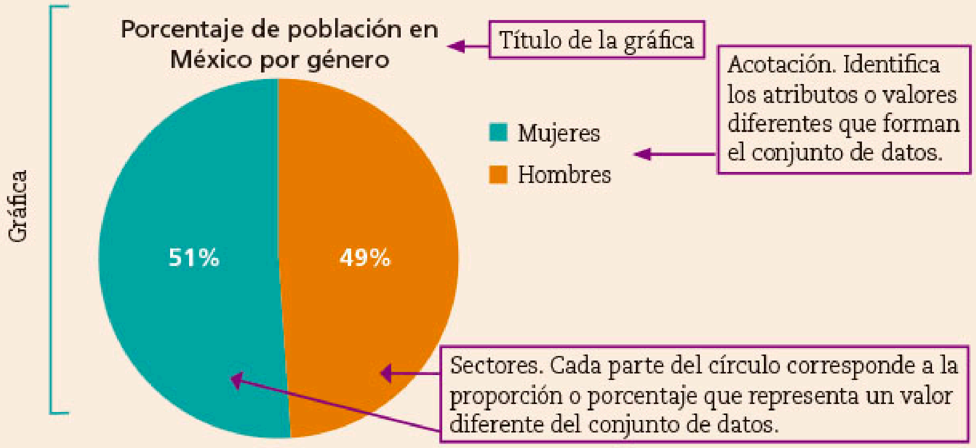
3. Haz lo que se te pide.

a) Busca más ejemplos de situaciones que puedes comunicar en una frase y representar en una gráfica circular. Por ejemplo, "17 de las 100 personas tienen entre 6 y 14 años de edad".

b) Describe en tu cuaderno la manera de elaborar una gráfica circular para presentar y comunicar información como la anterior.

4. Comparen en grupo sus resultados y expliquen la manera en que representaron cada información. Luego lean y comenten la siguiente información.

En esta estadística una gráfica circular se usa para mostrar la comparación de una parte con el todo.
Los elementos de una gráfica circular son:



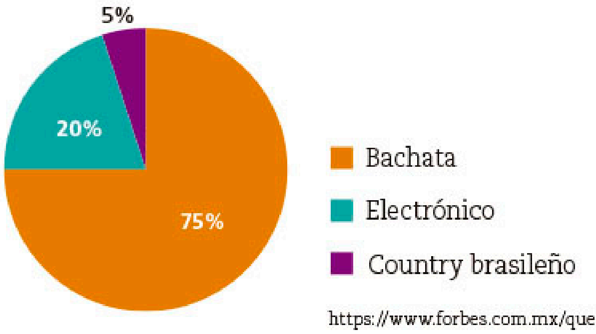
5. Observen el recurso audiovisual *Elementos de una gráfica circular*, en el que aprenderán más sobre cada uno de los elementos que la componen.

Sesión 2

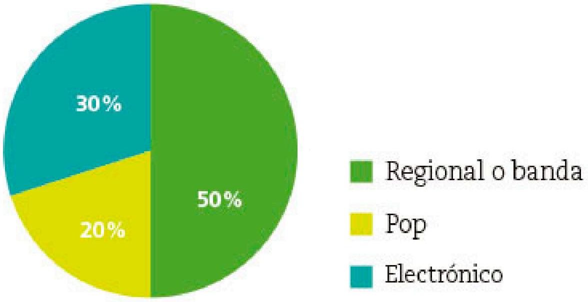
Comunica tus intereses

1. Forma un equipo para hacer ésta y las tres actividades siguientes. Lean e interpreten las gráficas. En una encuesta realizada sobre el tipo de música que prefieren escuchar las personas en México y Latinoamérica se obtuvieron los siguientes resultados.

Gráfica 1. Género de música más escuchado en Latinoamérica



Gráfica 2. Género de música más escuchado en México



https://www.forbes.com.mx/que-musica-escuchan-los-mexicanos/

a) ¿Cuántos géneros musicales se representan en cada gráfica? ____________

b) En la gráfica 1, ¿qué parte del círculo le corresponde al género con mayor preferencia? ____________________________

c) ¿Y en la gráfica 2? ____________________________

d) En la parte superior de ambas gráficas, escribe una frase que relacione la información que presentan y que sirva como título principal.

2. Observen el ejemplo para completar la tabla. Utilicen un transportador para medir el ángulo de cada sector representado en las gráficas.

Gráfica	1			2		
Género musical				Regional		
Porcentaje				50%		
Fracción que le corresponde				$\frac{1}{2}$		
Medida del ángulo del sector circular que lo representa.				180°		

a) Comenten cómo determinaron la fracción que corresponde a cada porcentaje.

b) ¿Cómo calcularon el ángulo de cada sector? ____________________
____

c) Completen la tabla.

Porcentaje	100%	75%	50%	25%	10%	5%
Medida del ángulo del sector circular que lo representa.	360°		180°			
En fracción $\frac{\text{número de personas que lo prefieren}}{\text{número total de personas que participaron}}$	1		$\frac{1}{2}$			

3. Contesten las siguientes preguntas.

a) ¿Qué tipo de relación hay entre la medida del ángulo del sector circular y la fracción o el porcentaje que le corresponde? ____________________
____

b) ¿Cuántos grados mide el ángulo del sector correspondiente a 1% y 30%? ____

4. Lean y analicen la siguiente información.

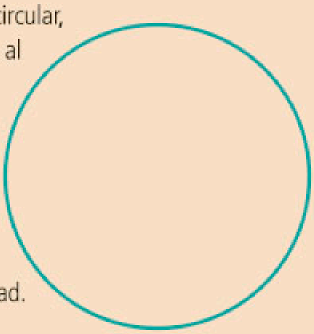
Pasos para construir una gráfica circular

Paso 1. Una vez reunidos todos los datos a presentar en la gráfica, hay que organizarlos para saber qué parte del total le corresponde a cada uno de los sectores.

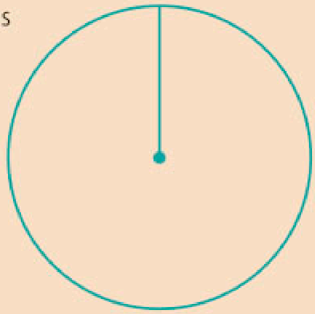
Azul, verde, azul, rojo, azul, rojo, azul, rojo, azul, verde, rojo, azul, rojo, azul, azul, verde, azul, azul, rojo, verde, azul, rojo, azul, rojo

Color	Azul	Rojo	Verde
Frecuencia	12	8	4

Paso 2. En una gráfica circular, el total siempre es igual al conjunto de datos y está representado por el círculo que se traza con un compás. Expresado como porcentaje equivale al 100% y como fracción es la unidad.



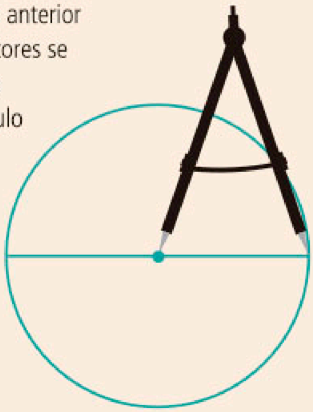
Paso 3. Cada sector que integra la gráfica se traza como si fueran las rebanadas de un pastel (de ahí uno de los nombres que se le dan a este tipo de gráfica). Para hacer cada trazo, necesitarás una regla y un transportador. Marca el centro del círculo y desde allí dibuja una línea recta hasta uno de los bordes de la circunferencia.



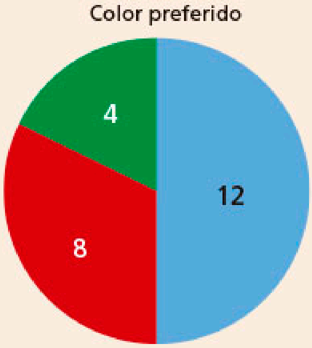
Para determinar el sector circular que le corresponde a cada dato, es necesario determinar qué parte del total representa. Por ejemplo, color verde.

$$\frac{\text{Número de veces que prefieren el color verde}}{\text{Número total de datos}} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

Paso 4. Repite el paso anterior tantas veces como sectores se requieran y de acuerdo con la medida del ángulo que le corresponda al sector que trazarás.



Paso 5. Elige el título del gráfico, junto con los nombres o etiquetas de cada sector.



5. Haz de manera individual ésta y las dos actividades siguientes. Pregunta y registra cuál es el principal género musical que prefieren escuchar tus compañeros. Puedes utilizar un cuadro parecido al de abajo.

Género musical			
$\frac{\text{número de alumnos que lo prefieren}}{\text{número total de alumnos del grupo}}$			

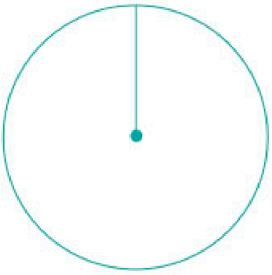
6. Contesta las preguntas.

a) ¿Cuántos alumnos contestaron en total? ________________________

b) ¿Cuáles son los tres tipos de género musical que prefieren escuchar? ______

c) Anota el porcentaje de alumnos que prefiere cada género. __________

7. En el siguiente círculo elabora una gráfica circular que comunique cuáles son los principales géneros musicales que prefieren escuchar en tu grupo.



a) Describe las coincidencias y diferencias que comunica tu gráfica respecto a las gráficas de preferencia nacional y latinoamericana. ____________

____

b) Escribe una frase que destaque la información que presenta tu gráfica. ___

____

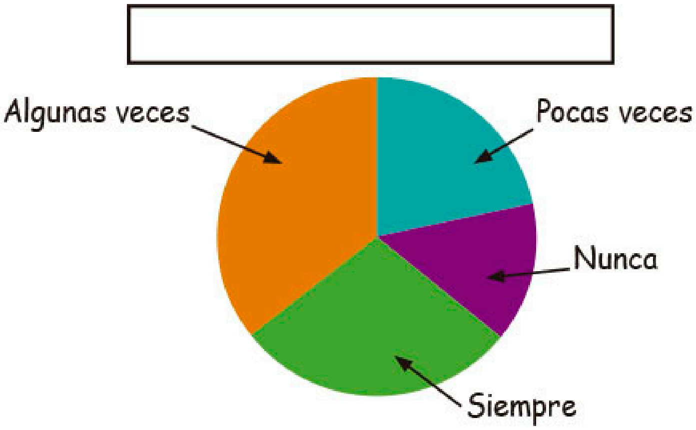
8. En grupo y con ayuda de su maestro revisen sus respuestas. En particular, comparen las respuestas de los ejercicios que hicieron individualmente y la manera en que construyeron la gráfica circular.

9. Utilicen el recurso informático *Lectura e interpretación de gráficas circulares* para continuar el trabajo con este tipo de gráficas.

10. En el portal de Telesecundaria encontrarás una referencia a una página web sobre la elaboración de gráficas circulares.

Para terminar

Escribe en tu cuaderno una situación que podría representarse con la información de la siguiente gráfica circular.

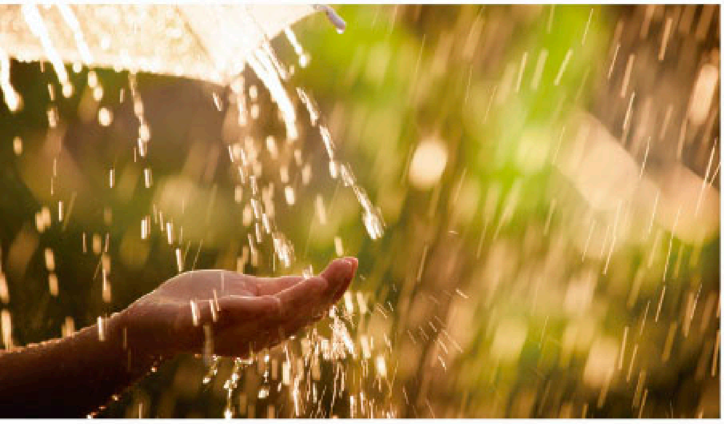


Anota el porcentaje que representa cada uno de los sectores, de acuerdo con el tamaño del sector y la medida de cada ángulo. No se te olvide escribir el título adecuado para la gráfica dada la situación que describiste.

13. Probabilidad 1

Sesión 1

Para empezar



Diariamente nos encontramos ante situaciones cuyo desenlace podemos conocer con certeza; pero existen otras, quizá la mayoría, en las que no es posible saberlo con seguridad debido a que está presente un riesgo o incertidumbre. Por ejemplo, ¿sabes si lloverá hoy? Al concluir las dos sesiones conocerás situaciones en las que interviene el azar y empezarás a calcular la probabilidad de que ocurran.

Manos a la obra

Situaciones de azar

1. Reúnete con un compañero para realizar las actividades de la 1 a la 4 de esta sesión. Por cada uno de los siguientes eventos señalen con una ✓ la expresión que representa la confianza que tienen de que ocurra.

Evento	Es seguro	Es muy probable	Es probable	Es poco probable	Es imposible
Que choque al circular.					
Que un automóvil circule con cuatro llantas.					
Que se ponche una llanta.					
Que se detenga en la luz roja del semáforo.					
Que me encuentre con un amigo una calle antes de llegar a la escuela.					

2. Completen las siguientes oraciones sobre algunas situaciones que les pueden ocurrir en el transcurso de un día.

a) Al llegar a la escuela es seguro que… ________________________________

____

b) Para la hora de la comida puede ser que… ____________________________

____

c) Al salir al recreo es muy probable que… ______________________________

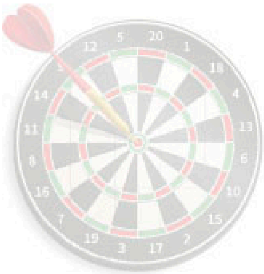
____

d) Cuando regrese a casa es imposible que… _____________________________

____

e) Al comenzar la clase de matemáticas es posible que… ___________________

____



3. Manuel comparó sus respuestas con sus compañeros y registró las diferentes formas de completar la frase: *Al salir al recreo es muy probable que…* Completen la tabla.

Al salir al recreo es muy probable que…	Número de personas que dan la misma respuesta. (Frecuencia absoluta)	Número de personas que dan la misma respuesta respecto del total de participantes. (Frecuencia relativa)
coma mi almuerzo.	2	$\frac{2}{10} = 0.2$
juegue basquetbol.	3	
compre algo de comer en la cooperativa.		
platique con mis amigos.		$\frac{3}{10} = 0.3$
Total de participantes	10	—— = 1

¿A cuántas personas les preguntó Manuel? ______________________________

4. Manuel dice que tres de las diez personas contestaron que al salir al recreo es muy probable que jueguen basquetbol. Escriban otra afirmación que pueda realizarse con los datos registrados por Manuel. ______________________________

____

____

5. En grupo comparen sus respuestas al inciso c) de la actividad 2 y regístrenlas en la tabla.

Al salir al recreo es muy probable que…	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa

Glosario

Frecuencia absoluta: es el resultado de un conteo, es decir, es el número de veces que ocurre un valor o dato. La suma total de las frecuencias absolutas es igual a todos los datos de un conjunto.

Frecuencia relativa: es la razón de la frecuencia absoluta respecto al total.

a) ¿Cuántos compañeros completaron la oración? ______________________

b) En su cuaderno, escriban una afirmación con los datos registrados en su grupo como lo hizo Manuel.

c) ¿Algunas oraciones se repitieron con las del grupo de Manuel? __________

¿Cuáles? ____

6. Escriban en su cuaderno tres sucesos relacionados con alguna situación e indiquen si es seguro, posible o imposible que ocurra cada una.

7. Expongan y examinen en el grupo sus respuestas a las actividades, en particular la del inciso c) de la actividad 5. Luego analicen la siguiente información y coméntenla.

Una situación de azar es aquella en la que hay incertidumbre en su resultado. Por ejemplo, cuando decimos *es probable que pase un autobús*, o bien, *es casi seguro que nos encontremos con nuestro amigo en el camino*, expresamos cierta incertidumbre con la cual nos anticipamos a acontecimientos futuros.
Un método para obtener datos y generar información para medir la incertidumbre es la aplicación de encuestas y sondeos que permiten obtener la opinión o preferencia de las personas.

8. Observen el recurso audiovisual *¿Qué es el azar? ¿Qué es aleatorio?* para que identifiquen situaciones aleatorias y las distingan de las que no lo son.

Experimentos con dados

Sesión 2

1. Reúnete con un compañero para hacer ésta y las dos siguientes actividades. Joel, María y Emma van a jugar al turista. Para iniciar el juego cada jugador deberá primero lanzar un dado y el que obtenga un 4 comienza a mover su ficha. Sin embargo, María prefiere que sea cuando alguien obtiene un 5, ya que piensa que de ese modo tiene ventaja. Joel propone realizar el experimento 30 veces para resolver la duda que tienen.

a) Hagan una predicción de cuántas veces cae 4 y cuántas 5 al lanzar un dado 30 veces.

	Cae 4	Cae 5
Predicción		

b) Lancen 30 veces un dado al aire, observen el resultado y regístrenlo en la tabla. El número de veces que cae cada número del dado es su frecuencia absoluta.

Cara superior del dado que cae (evento)	Conteo	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
 uno			
 dos			
 tres			
 cuatro			
 cinco			
 seis			
	Total	**30**	$\frac{30}{30} = \mathbf{1}$

c) Después de los 30 lanzamientos, ¿qué resultado ocurre más, "cae 4" o "cae 5"? ____________________

d) Sumen las frecuencias absolutas para comprobar el total.

e) Describan cómo obtienen la frecuencia relativa del evento "cae 4". ____________________

____

f) También describan la del evento "cae 5". ____________________

2. Comparen sus respuestas y concentren los resultados obtenidos por todos sus compañeros en la tabla.

Cara superior del dado que cae (evento)	**Frecuencia absoluta**	**Frecuencia relativa**
 uno		
 dos		
 tres		
 cuatro		
 cinco		
 seis		
Total		___ **= 1**

3. Den respuesta a las preguntas.

a) ¿Cuántos lanzamientos en total se realizaron en el grupo? ____________________

b) Ahora, ¿qué resultado ocurre más, "cae 4" o "cae 5"? ____________________

4. Elabora de manera individual en tu cuaderno una gráfica circular con los porcentajes que corresponden a cada evento y contesta lo siguiente.

a) Si se realizaran otros 30 lanzamientos, ¿se obtendrían los mismos resultados? Justifica tu respuesta. ___________________________________

b) Si este experimento continuase por varios cientos de lanzamientos, ¿qué se esperaría que ocurriera con las frecuencias relativas de los eventos "cae 4" y "cae 5"?

5. Comparen sus respuestas de manera grupal. Luego lean y analicen la siguiente información.

La **probabilidad** se encarga de estudiar las situaciones de incertidumbre. Una manera de obtener la probabilidad de que ocurra un cierto evento es a partir del valor de su **frecuencia relativa** observada al realizar el experimento.

6. Observen el recurso audiovisual *Juegos de azar y Matemáticas*, en el cual se muestra el origen de la probabilidad como objeto de estudio de las Matemáticas.

7. Utilicen el recurso informático *¿Cuántas veces ocurre?* para que realicen experimentos aleatorios en los que obtendrán la probabilidad frecuencial de eventos simples.

8. En el portal de Telesecundaria encontrarás la referencia a una página web sobre cómo utilizar *Geogebra* para generar resultados aleatorios.

Para terminar

Trata de predecir cuántas veces crees que se obtendrán los resultados: *cae 6*; *cae impar*, cuando se hacen 30 lanzamientos de un dado. Anota tus predicciones en tu cuaderno.

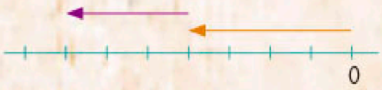
Ahora realiza el ejercicio, lanzando un dado 30 veces. En tu cuaderno registra los resultados, particularmente, de los eventos *cae 6* y *cae impar*. Después elabora una tabla con su conteo, frecuencia absoluta y relativa.

Compara la frecuencia relativa de cada uno de estos eventos e indica cuál es la mayor y la menor frecuencia.

Si se repitiera el experimento, ¿podrían cambiar los valores de estas frecuencias? Justifica tu respuesta.

Evaluación

Marca tu respuesta.



1. ¿Cuál es la operación representada en la recta numérica?

a) $(4) - (-3) = 7$ b) $(4) - (3) = 1$ c) $(-4) - (-3) = -1$ d) $(-4) + (-3) = -7$

2. La forma correcta de representar la suma de -6 con -12 es:

a) $-12 + -6 =$ b) $+ -12 + -6 =$ c) $-6\ (+)\ 12 =$ d) $(-6) + (-12) =$

3. El resultado de aplicar la jerarquía de operaciones a la cadena $70.5 \times 18 + 120 \div 4$ es:

a) 10 b) 35 c) 50 d) 322.5

4. Un corredor de maratón lleva $\frac{4}{7}$ de la carrera. La distancia a cubrir en esta competencia es de 42 km, ¿qué distancia le hace falta recorrer?

a) 18 km b) 21 km c) 24 km d) 42 km

5. ¿Cuál es el resultado de la multiplicación 7×0.111?

a) 0.0777 b) 0.7777 c) 0.777 d) 7.77

6. Una compañía ha decidido empaquetar sus productos de acuerdo con su peso. Un paquete pesa $\frac{3}{8}$ de libra. ¿Cuál es el peso del paquete? Considera una libra = 453.59 g.

a) 1209.57 g b) 1360.77 g c) 170.09 g d) 56.69 g

7. ¿Con cuál ecuación resuelves el siguiente problema?
Al doble de un número le resto 16 y el resultado es 144.

a) $x + 16 = 144$ b) $x - 16 = 144$ c) $2x + 16 = 144$ d) $2x - 16 = 144$

8. ¿Cuál de las cantidades es directamente proporcional a la edad de una persona?

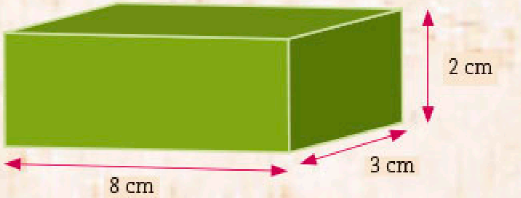
a) Peso b) Estatura c) Días que ha vivido d) Número de familiares

9. El haz de luz de una lámpara forma un triángulo con la horizontal de la calle, como se muestra en la figura 2, ¿cuánto mide el ángulo α?

a) 16.2° b) 32.5° c) 65° d) 115°

10. ¿Cuántos centímetros cúbicos se necesitan para armar un prisma con las medidas indicadas?

a) 96 b) 48 c) 44 d) 24

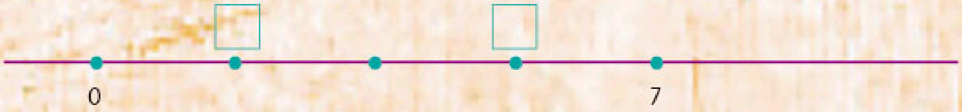


Realiza lo que se indica en cada caso.

11. Relaciona cada número fraccionario con la expresión decimal que le corresponde.

$\frac{3}{6}$ ( )	a) 0.833	$\frac{5}{6}$ ( )	d) 0.2
$\frac{1}{5}$ ( )	b) 0.266	$\frac{3}{8}$ ( )	e) 0.5
$\frac{1}{3}$ ( )	c) 0.375	$\frac{4}{15}$ ( )	f) 0.333

12. Anota en los cuadrados el número que corresponda.

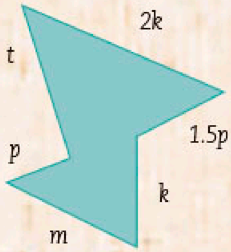


13. Subraya la opción en la que se aplica correctamente la jerarquía de operaciones.

$7 - [5 \times 9 - (4 + 13) + 8 \div 2] = 25$ $7 - [45 - 17 + 8 \div 2] = 18$

$7 - [45 - (4 + 13) + 8 \div 2] = 10.5$ $7 - [36 \div 2] = 7 - 18 = -11$

14. Anota la expresión con la que puedes calcular el perímetro de la figura. ______________________________

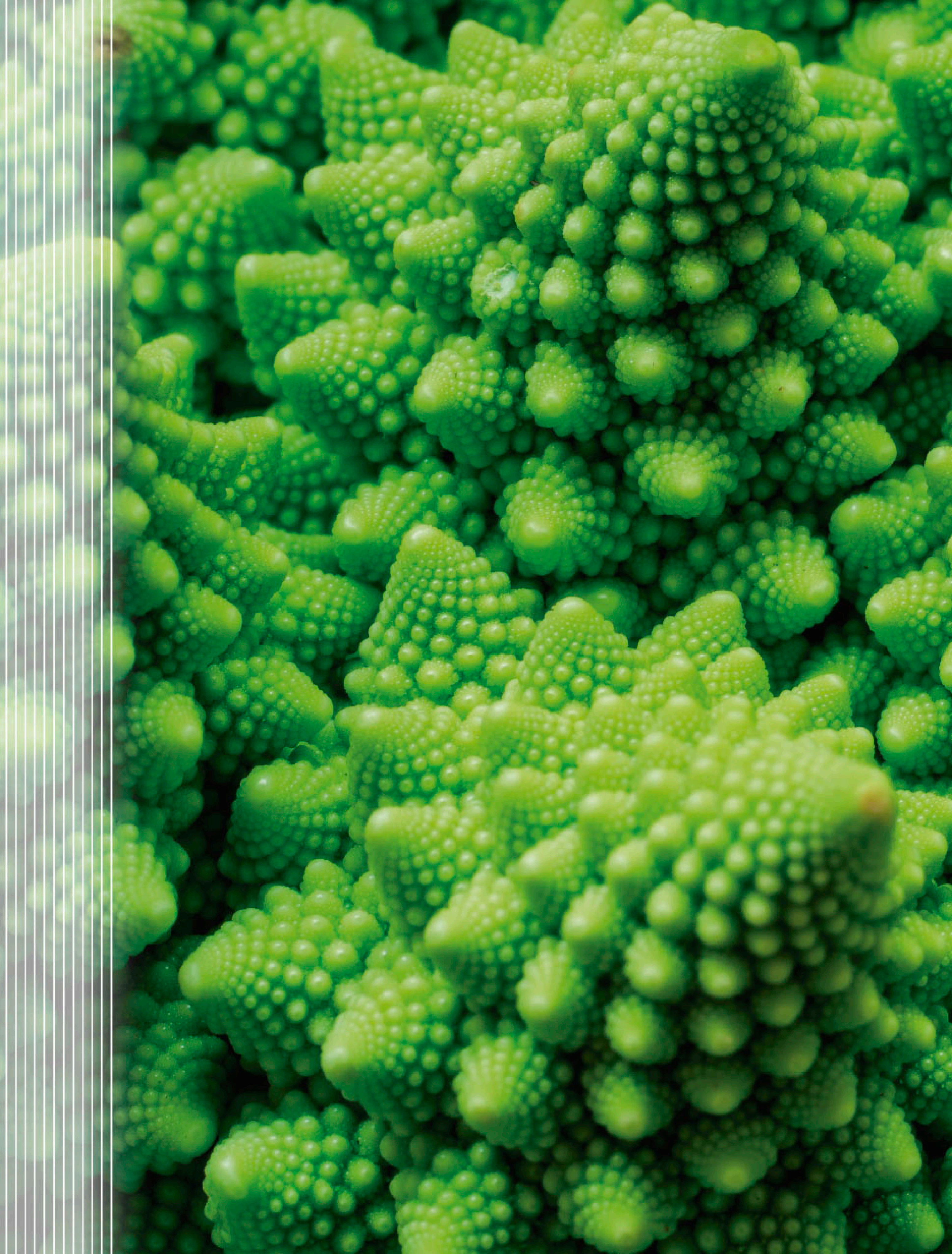


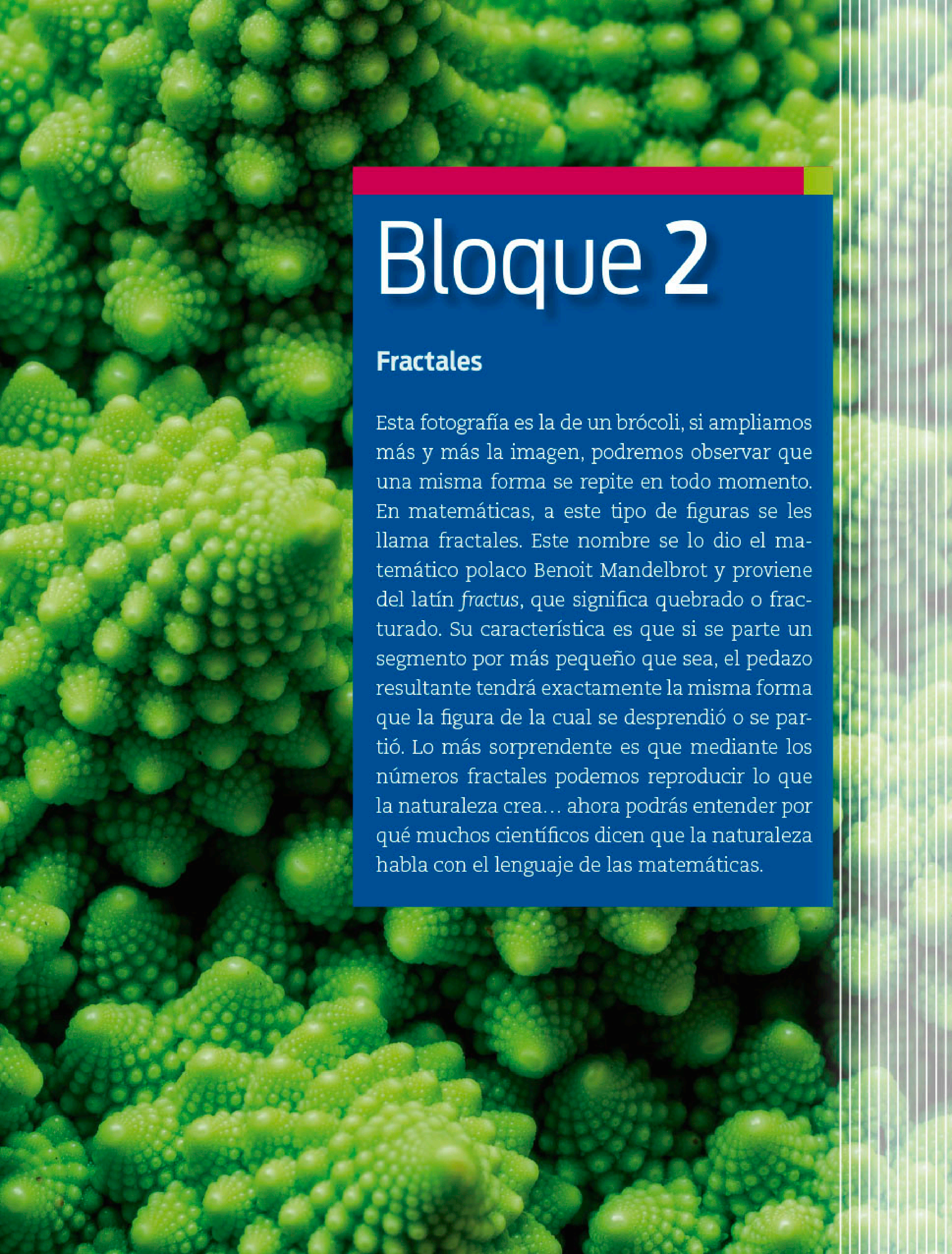
15. En la tabla se muestra la distribución de alumnos de secundaria para el estado de Tlaxcala.

Secundaria	Alumnos
General	31 128
Técnica	26 787
Telesecundaria	16 903
Comunitaria	364
Total	75 182

a) Construye su gráfica circular.

b) ¿Qué tanto por ciento le corresponde al servicio que más estudiantes atiende? ______________





Bloque 2

Fractales

Esta fotografía es la de un brócoli, si ampliamos más y más la imagen, podremos observar que una misma forma se repite en todo momento. En matemáticas, a este tipo de figuras se les llama fractales. Este nombre se lo dio el matemático polaco Benoit Mandelbrot y proviene del latín *fractus*, que significa quebrado o fracturado. Su característica es que si se parte un segmento por más pequeño que sea, el pedazo resultante tendrá exactamente la misma forma que la figura de la cual se desprendió o se partió. Lo más sorprendente es que mediante los números fractales podemos reproducir lo que la naturaleza crea… ahora podrás entender por qué muchos científicos dicen que la naturaleza habla con el lenguaje de las matemáticas.

14. Fracciones y decimales 2

Sesión 1

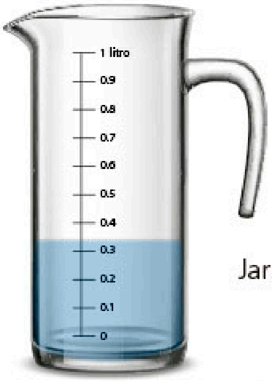
Para empezar

En México han surgido pequeños comercios que ofrecen la venta de productos a granel, lo cual resulta benéfico pues la mercancía resulta más económica y se disminuye la creación de basura (ya que un mismo envase se utiliza más de una vez); generalmente se puede comprar sólo una pequeña cantidad, que se expresa como fracción o número decimal. Al concluir las siete sesiones aprenderás algunas propiedades y características de las fracciones y números decimales periódicos. Por ejemplo, podrás determinar si los números $\frac{3}{5}$, 0.6, $\frac{65}{100}$, $0.\overline{6}$ y $\frac{2}{3}$ son equivalentes o no lo son. ¿Qué piensas? ¿Son equivalentes todos los números anteriores o sólo algunos de ellos?

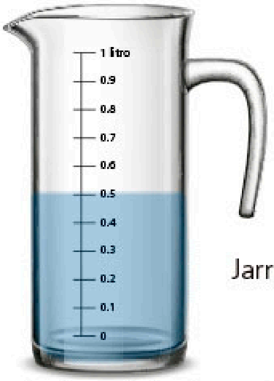
Manos a la obra

Dos maneras de expresar lo mismo

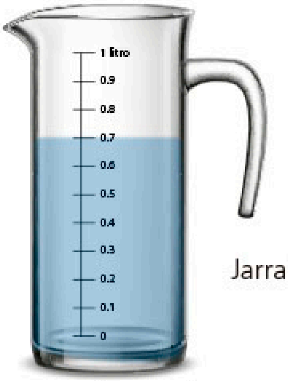
1. Trabaja individualmente esta actividad y la siguiente.
Ana vende productos de limpieza a granel. Para surtirlos utiliza recipientes graduados como los que se muestran y que corresponden al último pedido que le hicieron:



Jarra 1



Jarra 2



Jarra 3

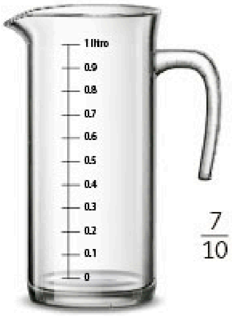
Ayuda a Ana a etiquetar los recipientes con la fracción que corresponde en cada caso.

Jarra 1	Jarra 2	Jarra 3
—— L	—— L	—— L

2. Marca en cada una hasta dónde debe llegar el producto, considerando la fracción escrita abajo.

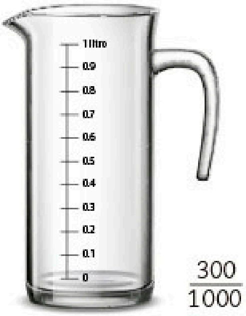
$\frac{1}{4}$ L

$\frac{3}{4}$ L



$\frac{7}{10}$ L

$\frac{65}{100}$ L



$\frac{300}{1000}$ L

$\frac{1}{5}$ L

$\frac{4}{5}$ L

¿Cómo determinaste dónde marcar cada cantidad? ______________________________

____

3. Reúnete con un compañero para completar la tabla. Observen el ejemplo. Pueden usar calculadora para hacer las divisiones.

Fracción	División	Decimal
$\frac{1}{2}$	1 ÷ 2	0.5
$\frac{3}{4}$		
$\frac{65}{100}$		
$\frac{1}{5}$		

Fracción	División	Decimal
$\frac{1}{4}$		
$\frac{7}{10}$		
$\frac{300}{1000}$		
$\frac{4}{5}$		

¿Qué relación encuentran entre las cantidades que escribieron en la tabla y las de la actividad 2? ______________________________

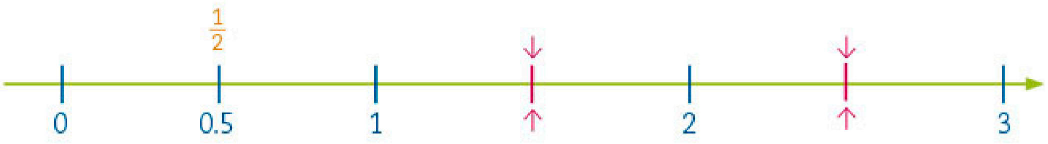
____

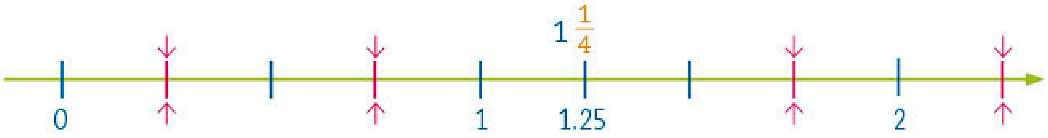
4. Comparen sus respuestas en grupo y comenten cómo determinaron la equivalencia entre las fracciones y los números decimales; lleguen entre todos a una conclusión.

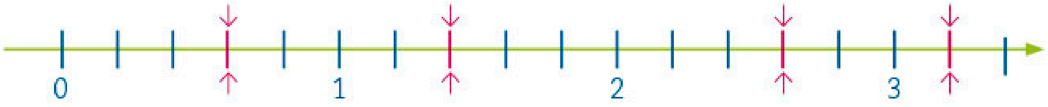
Sesión 2

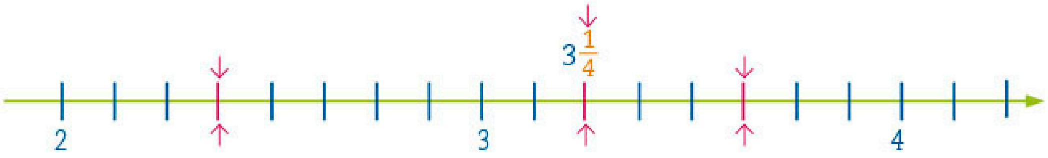
Expresión con fracciones y decimales

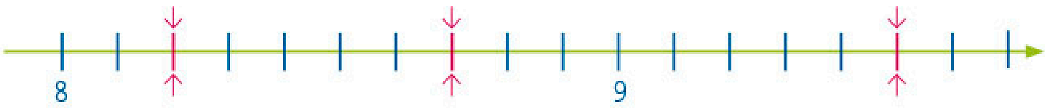
1. Realiza todas las actividades de esta sesión de manera individual.
Anota los números que faltan en los puntos señalados con flechas. Observa que arriba de la recta va la escritura fraccionaria y abajo la decimal.

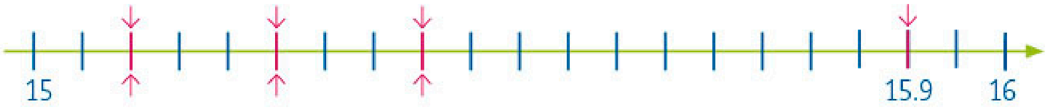












2. Compara tus respuestas con las de otro compañero. En caso necesario, corrijan.

3. Dada la escritura mixta, escribe la fracción impropia que le corresponde.

Escritura mixta	$5\frac{2}{3}$	$12\frac{3}{4}$	$7\frac{4}{5}$	$25\frac{6}{15}$
Escritura fraccionaria				

4. Convierte los números decimales que están en la tabla a fracciones comunes o números mixtos, cuando sea el caso.

Escritura decimal	0.0125	0.125	1.25	12.5
Escritura fraccionaria				

5. En grupo, revisen y analicen todas sus respuestas. Luego lean y comenten la información.

En una recta numérica, de cero a uno hay una unidad de longitud, así como de tres a cuatro o de ocho a nueve. Si la unidad está dividida en dos partes iguales cada parte es igual a $\frac{1}{2}$ o 0.5, así que después del 2 se sitúa $2\frac{1}{2}$, el cual es equivalente a $\frac{5}{2}$ y a 2.5

Si la unidad se dividiera en ocho partes iguales, cada parte es equivalente a $\frac{1}{8}$ o 0.125; de modo que después del 8 va $8\frac{1}{8}$, $\frac{65}{8}$ u 8.125

6. Observen el recurso audiovisual *Escritura decimal y escritura mixta de una fracción impropia* para que amplíen la información anterior.

Con denominador potencia de 10

1. Forma un equipo para realizar todas las actividades de esta sesión. En los casos en que sea posible, encuentren una fracción equivalente cuyo denominador sea potencia de 10 (10, 100, 1 000, o una mayor). Pueden usar calculadora.

$\frac{1}{20}$ = ____ $\frac{3}{14}$ = ____ $\frac{3}{27}$ = ____ $\frac{6}{30}$ = ____

$\frac{7}{50}$ = ____ $\frac{11}{125}$ = ____ $\frac{12}{32}$ = ____ $\frac{8}{250}$ = ____

2. Completen la siguiente tabla para verificar sus respuestas de la actividad 1. Si la fracción no es decimal, anótenlo así en la tercera columna.

Fracción	División	Fracción con denominador potencia de 10
$\frac{1}{20}$	1 ÷ 20 = 0.05	$\frac{5}{100}$
$\frac{3}{14}$		
$\frac{3}{27}$		
$\frac{6}{30}$		
$\frac{7}{50}$		
$\frac{11}{125}$		
$\frac{12}{32}$		
$\frac{8}{250}$		

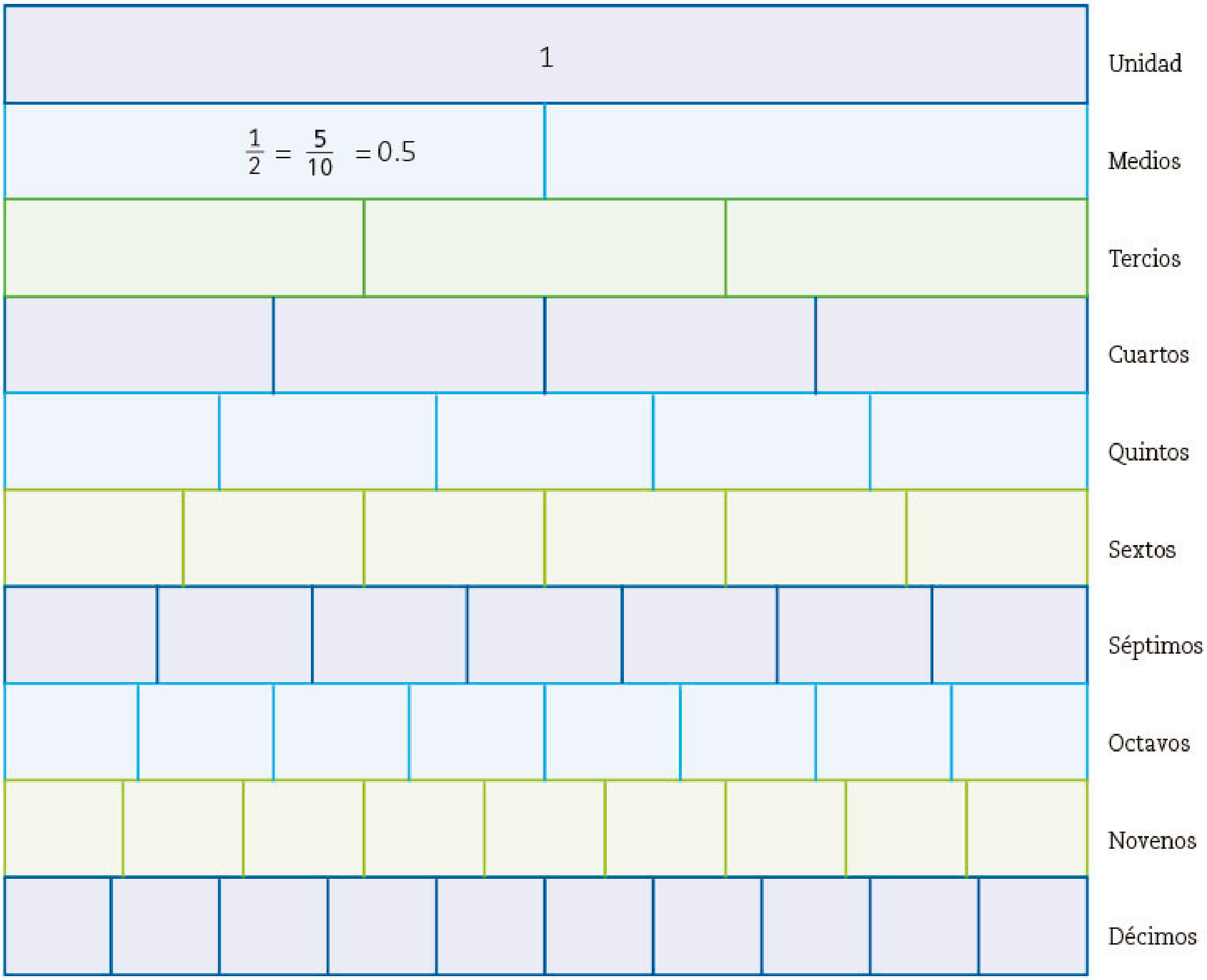
3. Comparen sus respuestas en grupo y cuando haya desacuerdos, discútanlo hasta llegar a una conclusión. Si hay diferencias, investiguen a qué se debieron. Luego lean y analicen la información.

Hay fracciones que tienen un denominador diferente de 10, 100, 1000, … que son equivalentes a una que sí lo tiene y también reciben el nombre de **fracciones decimales**. Las otras son *fracciones no decimales*.

La medida de una tira

1. Haz de manera individual la actividad.

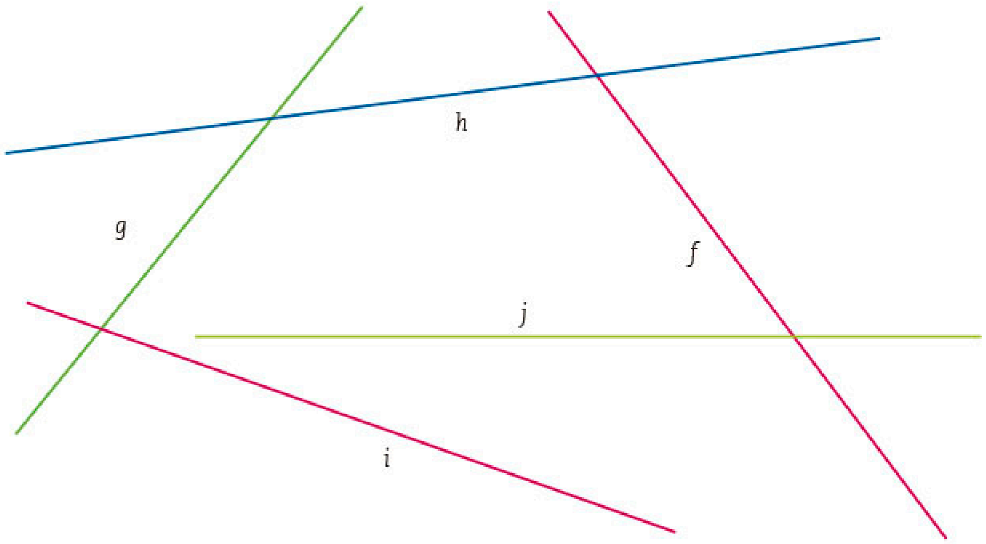
a) Anota en las tiras los números que faltan.



b) Escribe, en el lugar que le corresponde en la tabla, cada fracción que representaste en las tiras.

Fracciones decimales	Fracciones no decimales
$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0.5$	

2. Reúnete con un compañero para hacer esta actividad y la siguiente. Consideren como unidad de medida la tira de la página anterior que mide 1. Encuentren la medida de cada segmento y anótenla con una fracción o con un decimal.



$f =$ $g =$ $h =$ $i =$ $j =$

a) ¿Cuánto mide el segmento más largo? ____________________

b) ¿Y el más corto? ____________________

3. Anoten lo que falta en la tabla.

Unidad	Cantidad	Fracción de la unidad
1 metro	45 cm	$\frac{45}{100} = 0.45$
1 kilogramo	43 g	
1 hora	12 minutos	
1 litro	250 ml	
1 semana	3 días	

4. Comparen en grupo sus respuestas, compartan su razonamiento y corrijan en caso de ser necesario. Luego analicen y comenten la información.

La unidad que se toma como referencia puede ser una tira de papel, un metro, una taza, una figura geométrica o cualquier cosa. Con las fracciones y los decimales pueden expresarse partes de la unidad, por ejemplo, 65 cm es $\frac{65}{100} = 0.65$ (sesenta y cinco centésimos) de un metro, porque un metro es igual a 100 centímetros.

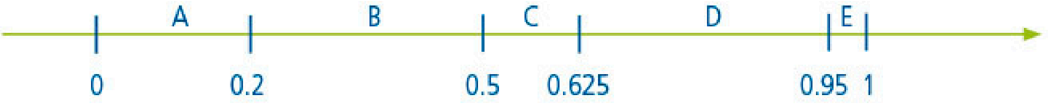
5. Observen el recurso audiovisual *De fracción común a fracción decimal y viceversa* en el cual se mostrarán ejemplos de cómo hacer la conversión entre estos números.

¿En qué parte está?

Sesión 5

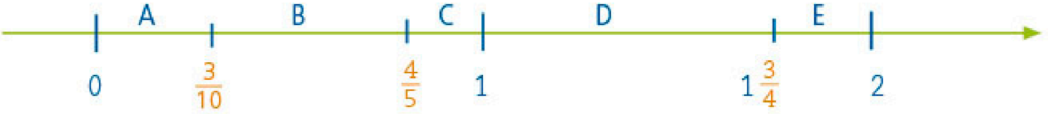
1. Reúnete con un compañero para hacer esta y las dos actividades siguientes. Anoten si la fracción está en la parte A, B, C, D o E de la recta, observen el ejemplo.

$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{97}{100}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{49}{50}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{1}{4}$
B											



2. Hagan lo mismo en esta tabla, pero ahora consideren los puntos de la recta numérica que está abajo.

1.64	0.35	1.76	0.14	0.85	0.29	1.56	0.5	1.8	0.25
D									



3. Coloquen, entre cada pareja de números, el signo < (menor que), > (mayor que) o = (igual), según corresponda.

0.23 ☐ $\frac{3}{16}$ $\frac{1}{4}$ ☐ 0.27 1.3 ☐ $1\frac{2}{5}$ 1.5 ☐ $\frac{18}{12}$

4. Comparen sus respuestas con las del grupo y, con ayuda de su maestro, corrijan en caso necesario.

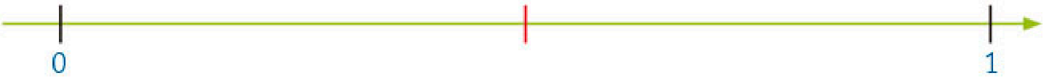
5. Observen el recurso audiovisual *¿Dónde lo ubico?* para que puedan saber cómo ubicar cualquier fracción o decimal en la recta.

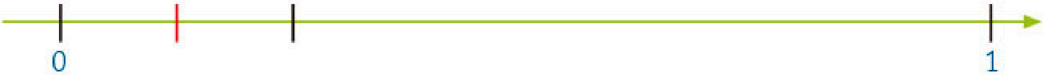
6. En el portal de Telesecundaria encontrarás una referencia a una página web sobre los números fraccionarios.

¿Hay un número entre $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{5}$?

Sesión 6

1. Forma un equipo para hacer todas las actividades. Observen que en cada recta, la marca roja está a la mitad de dos marcas negras. Anoten debajo de cada marca roja el número que le corresponde.





2. Anoten la fracción que se ubica exactamente a la mitad entre los dos números:

a) $\frac{1}{2}$, ____ , 1

b) $\frac{1}{4}$, ____ , $\frac{2}{4}$

c) $\frac{1}{8}$, ____ , $\frac{2}{8}$

d) $\frac{1}{16}$, ____ , $\frac{2}{16}$

e) $\frac{1}{32}$, ____ , $\frac{2}{32}$

f) $\frac{3}{5}$, ____ , $\frac{4}{5}$

3. Ubiquen las fracciones que encontraron en la actividad 2, en las rectas de la actividad 1.

4. Ubiquen los números que se indican en la siguiente recta.

0.1 0.05 1.95 1.3 1.2 1.25 1.75 1.50 1.85 1.35

5. Revisen en grupo sus respuestas y, si es necesario, corríjanlas. Lean la información y coméntenla.

Entre dos números naturales consecutivos, como 7 y 8, 25 y 26, 135 y 136, no hay otro número natural.
En cambio, entre dos números fraccionarios o decimales cualesquiera, **siempre** hay otro número fraccionario. A este hecho se le llama **propiedad de densidad** de los números fraccionarios o decimales.

6. Observen el recurso audiovisual *Propiedad de densidad* para ampliar más sobre esta cualidad que tienen los números decimales y las fracciones.

7. Utilicen el recurso informático *¿Qué número hay entre estos dos?* Para comprender más sobre la propiedad de densidad de los números fraccionarios y decimales.

Repasemos lo que se ha estudiado

1. Forma un equipo para hacer esta actividad y las tres siguientes. De estas fracciones, tachen las que no son decimales.

$\frac{4}{5}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{2}{15}$

¿Cómo supieron cuáles fracciones no eran decimales?

____

____

2. Anoten lo que falta en la tabla, pueden usar calculadora.

Fracción	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{15}$
División	4 ÷ 5							
Expresión decimal	0.8							

3. Comparen sus respuestas con la de otro compañero y contesten: ¿qué diferencia observan entre la expresión decimal de una fracción decimal y la de una que no es decimal? ______________________________

____

4. Consideren las fracciones $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{6}$

a) Anoten el número decimal equivalente a cada fracción.

$\frac{1}{5}$ = ____________

$\frac{1}{6}$ = ____________

b) En su cuaderno sumen 5 veces el número decimal equivalente a $\frac{1}{5}$ y 6 veces el número decimal equivalente a $\frac{1}{6}$ ______________________________

____

c) Las sumas debieron ser igual a 1. ¿Se cumplió esto? Escriban una explicación.

____

____

5. Realiza esta y las dos siguientes actividades de manera individual.
Une con una línea cada fracción con su expresión decimal.

$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{4}{15}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{16}{45}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{13}{40}$

$0.3\overline{5}$ $0.\overline{142857}$ $0.08\overline{3}$ $0.\overline{6}$ $0.\ 4375$ $0.\overline{1}$ 0.5 $0.2\overline{6}$ 0.325

6. ¿Cuál es mayor, 0.23 o $\frac{3}{16}$? Explica por qué.

7. ¿Qué fracción está exactamente a la mitad entre $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{5}$? Representa las tres fracciones en la siguiente recta.

8. Lean la información y coméntenla con sus compañeros y maestro.

Para expresar un decimal periódico, como $\frac{1}{6} = 0.1\overline{6}$, se utiliza una rayita arriba de la cifra o las cifras que forman el periodo. La rayita indica que esa cifra o esas cifras se repiten infinitamente.

Para terminar

En tu cuaderno escribe:

a) Dos formas equivalentes de expresar $\frac{17}{5}$ mediante suma de fracciones.

b) Tres fracciones que sean decimales, pero que no tengan denominador potencia de 10.

c) Tres fracciones que no sean decimales.

d) La manera en que seleccionaste tus respuestas.

15. Fracciones y decimales positivos y negativos 1

Sesión 1

Para empezar

En la administración de cualquier negocio, el concepto de **balance** es fundamental, pues representa una herramienta que permite saber si el negocio tiene ganancias o no. Si el balance es negativo, significa que hay pérdidas, pero si tiene un balance positivo, quiere decir que está teniendo ganancias. Lo anterior puede reducirse a un asunto de sumas y restas de números positivos y negativos. En esta secuencia ampliarás tu conocimiento sobre la suma y resta de números enteros al incluir los números fraccionarios y decimales positivos y negativos.

Manos a la obra

Suma de fracciones positivas y negativas

1. De manera individual analiza la situación y contesta las preguntas.
El depósito de leche de una compañía pasteurizadora recibe y vende leche. Los números de la tabla indican la cantidad que recibe o vende, con relación a la capacidad de litros que puede almacenar durante la semana.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
$\frac{7}{8}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

a) ¿En qué días de la semana se recibió leche? ____________________

b) ¿En qué días de la semana se vendió leche? ____________________

c) ¿Cuál fue el balance al finalizar el viernes? ____________________

d) En la tabla aparecen dos números fraccionarios opuestos (simétricos).
¿Cuáles son? ______________

Glosario
Número simétrico: cuando el resultado de sumar dos números es igual a cero, se dice que uno es el número opuesto o simétrico del otro. Por eso también se conoce como inverso aditivo.
El inverso aditivo de cualquier número n será $-n$.

2. Reúnete con un compañero para hacer esta y la siguiente actividad. Analicen y completen los siguientes procedimientos.

Primer procedimiento

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
$\frac{7}{8}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
	$\frac{7}{8}+\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}+\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$		

Segundo procedimiento

a) Cantidad que se recibe: $\frac{7}{8}+\frac{1}{8}=$ __________

b) Cantidad que se vende: $\left(-\frac{1}{4}\right)+$ ______ $+$ ______ $=$ ______

c) Diferencia entre lo recibido y vendido: ____________

3. Completen las siguientes sumas de números fraccionarios con signo.

$\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=\frac{5}{15}+$ _____ $=$ _____

$\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{8}{12}\right)+\left(-\frac{3}{12}\right)=$ _____

$\left(\frac{1}{7}\right)+\left(-\frac{3}{9}\right)=\left(\frac{9}{63}\right)+\left(-\frac{21}{63}\right)=$ _____

$\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{2}{11}\right)=\left(-\frac{11}{22}\right)+\left(-\frac{4}{22}\right)=$ _____

$\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)=$ _____

$\left(\frac{4}{7}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)=$ _____

$\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{1}{12}\right)=$ _____

$\left(-\frac{7}{8}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=$ _____

$\left(\frac{3}{11}\right)+\left(\frac{4}{7}\right)=$ _____

$\left(\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=$ _____

4. En grupo, comparen sus respuestas para cerciorarse de que usaron adecuadamente la equivalencia de fracciones y las reglas de los signos. Comprueben si usaron los mismos procedimientos para obtenerlas.

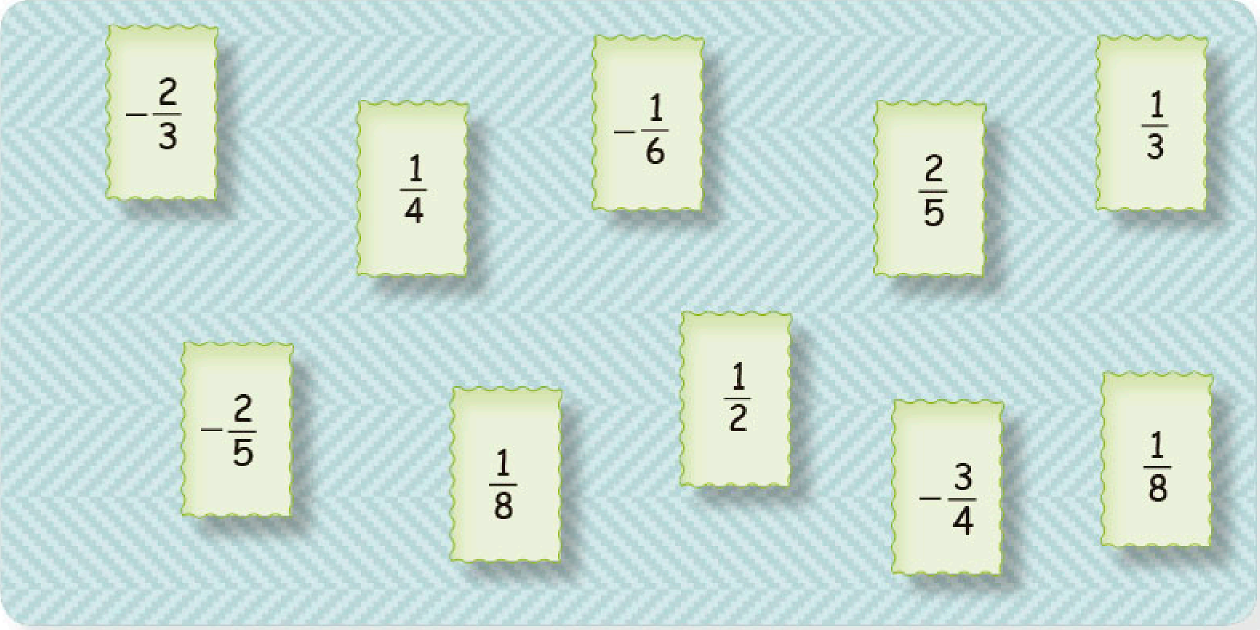
Después expliquen cómo obtendrán el resultado de $\frac{3}{4} + (-\frac{1}{2})$.

5. Observen el recurso audiovisual *¿Cómo sumar números fraccionarios con signo?* para conocer más sobre las reglas de los signos.

Sesión 2

Significado de restar fracciones positivas y negativas

1. Formen un equipo para resolver este y los siguientes tres problemas.
Una caja contiene varias tarjetas con números fraccionarios con signo como las que se muestran en el dibujo. Recuerden que si los números no llevan signo son positivos.



a) El resultado de sumar todos los números que hay en la caja es el valor de la caja. Encuéntrenlo y anótenlo aquí. ____________________

b) Con ayuda de su maestro, comenten y analicen los procedimientos que usaron para encontrar el valor de la caja y elijan el que les parezca mejor. __________

____

2. En cada una de las casillas de la tabla anoten lo que se indica. Observen la casilla resuelta, deben considerar que no es la única respuesta.

	aumente?	**disminuya?**	**quede igual?**
¿Qué número agregarían a la caja para que su valor…		$-\frac{1}{4}$	
¿Qué número sacarían de la caja para que su valor…			

3. Verifiquen los resultados de la tabla anterior. Para ello, anoten y resuelvan en cada casilla la operación necesaria. Una casilla está resuelta.

	aumente?	**disminuya?**	**quede igual?**
¿Qué número agregarían a la caja para que su valor…		$\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{2}$	
¿Qué número sacarían de la caja para que su valor…			

4. Con base en los resultados de la tabla, en las siguientes operaciones determinen si aumentan, disminuyen o se mantienen igual.

a) Al sumar un número positivo, la cantidad inicial ____________________

b) Al sumar un número negativo, la cantidad inicial ____________________

c) Al restar un número positivo, la cantidad inicial ____________________

d) Al restar un número negativo, la cantidad inicial ______________, ya que restar un número negativo equivale a sumar ____________________

5. Haz de manera individual esta actividad y la siguiente. Responde las preguntas.

a) ¿Qué significa restar un número negativo? ____________________
____

b) ¿Qué es el valor absoluto de un número? ____________________
____

c) ¿A qué se le llama números opuestos? ____________________
____

6. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\left(-\frac{5}{9}\right)+\left(\frac{1}{11}\right)=$ ______

b) $\left(-\frac{8}{13}\right)-\left(\frac{4}{5}\right)=$ ______

c) $\left(\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{2}{10}\right)=$ ______

d) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)=$ ______

7. En grupo, comparen sus respuestas a todas las actividades y, con apoyo de su maestro, corrijan si es necesario.

8. Observen el recurso audiovisual *Ahora la resta* para conocer más sobre la resta de números fraccionarios con signo.

Sesión 3

Suma y resta de decimales positivos y negativos

1. Reúnete con un compañero para trabajar este problema y el siguiente. En la tabla se muestra cuánto aumentó o disminuyó el precio del dólar en pesos mexicanos durante siete días.

Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6	Día 7
+ 0.2	− 0.27	+ 0.04	− 0.68	+ 0.454	− 0.3	+ 0.02

a) Ana dice que el primer día aumentó lo mismo que el séptimo.
¿Es cierto? ¿Por qué? ______________________________

____

b) ¿Cuánto aumentó o disminuyó el precio del dólar en los primeros tres días? ___

____

c) ¿Cuánto aumentó o disminuyó el precio del dólar considerando los siete días?

____

d) Si al inicio de la semana cada dólar costaba $17.55, ¿cuánto costó al término del día 6? ______________________________

____

2. La tabla muestra las temperaturas máxima y mínima en ciertas regiones del planeta. Anoten lo que falta en las casillas vacías, luego respondan.

Región	Temperatura máxima (°C)	Temperatura mínima (°C)	Operación para saber la variación	Variación (°C)
Valle de la Muerte, EUA	56.7	–9.4	(56.7) – (–9.4) =	
El Cairo, Egipto	45.8	11.24		
Siberia, Rusia	–1.006	–29.1		
Helsinki, Finlandia	33.1			67.4

Dato interesante

Tuvo que pasar más de un siglo para que la temperatura del planeta subiera 0.85 °C.

3. Observen el recurso audiovisual *¿Cómo sumar y restar números fraccionarios y decimales con signo?* para conocer más sobre las reglas de los signos.

4. Realiza de manera individual las siguientes operaciones en tu cuaderno. Aplica correctamente los algoritmos estudiados.

(–00.45) + (1.1) – (–1.0002) =	(3.01) – (0.04) + (–0.004) =
(5.0001) – (0.3) – (0.43) =	(–0.0004) + (–1.2) + (0.34) =
(–0.003) – (1.99) + (–22) =	(0.0034) – (–22.03) – (4.1) =

5. En grupo revisen sus respuestas. En caso de haber respuestas diferentes discutan cuál de ellas es correcta y por qué.

6. Utilicen el recurso informático *Algoritmo para sumar y restar números fraccionarios y decimales con signo* para seguir practicando.

Para terminar

Redacten un problema que se resuelva con la operación: $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)=$

Describan el procedimiento utilizado para:

a) Sumar y restar fracciones positivas y negativas.

b) Sumar y restar decimales positivos y negativos.

16. Jerarquía de operaciones 2

Sesión 1

Para empezar

Julia compró dos cajas de cereal y tres latas de atún. Anotó que tenía que pagar:

$$2 \times 22.50 + 3 \times 13.50$$

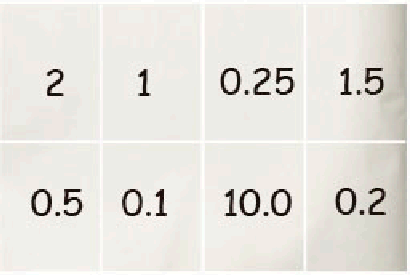
Al hacer la cuenta pensó que tenía que pagar $648.00. ¿Qué hizo Julia para llegar a este resultado?, ¿es razonable lo que calculó que tiene que pagar?, ¿respetó Julia la jerarquía de las operaciones?

Cuando termines estas sesiones habrás aprendido a aplicar la jerarquía de operaciones con números decimales, fracciones, positivos y negativos y con expresiones algebraicas.

Manos a la obra

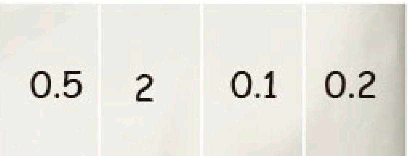
Un juego con decimales

1. Con dobleces divide una hoja tamaño carta en octavos. Anota los siguientes números. Después recórtalos; son las cartas para un juego.



2	1	0.25	1.5
0.5	0.1	10.0	0.2

2. Reúnete con dos compañeros para hacer esta y la siguiente actividad. Jueguen de la siguiente manera:
   a) Mezclen todas sus cartas, pónganlas una sobre otra con los números hacia abajo y coloquen la pila al centro.
   b) Volteen 4 cartas. Cada cual anote en su cuaderno una cadena de operaciones con sumas, restas, multiplicaciones y divisiones y los 4 números. Por ejemplo, con las cartas:



0.5	2	0.1	0.2

Pueden anotar:

$2 \times 0.5 + 0.1 + 0.2$

$0.1 \times 0.2 \times 0.5 \times 2$

$2 \div 0.1 + 0.5 \times 0.2$

   c) Gana un punto el que tenga el resultado mayor.
   d) Regresen las cuatro cartas mezclándolas con las demás.

e) Hagan lo anterior varias veces.

f) El maestro indicará el fin del juego diciendo: ¡Alto!

g) Gana quien tenga más puntos.

3. Las siguientes son operaciones que anotaron tres alumnos en una ronda del juego. Completen la tabla.

Alumnos	Operaciones	Resultados
Paty	$0.2 \times 2 + 0.25 \times 0.1$	
Lilia	$2 \div 0.1 \div 0.2 \div 0.25$	
José	$2 \times 0.1 \times 0.2 \times 0.25$	

¿Quién ganó? _______________

4. En las siguientes operaciones que anotaron Paty, Lilia y José utilizaron paréntesis. Completa la tabla de forma individual.

Alumnos	Operaciones	Resultados
Paty	$(2 + 1 + 0.5) \div 0.1$	
Lilia	$2 \times 1 \times (0.5 + 0.1)$	
José	$(2 + 1) \times 0.5 \times 0.1$	

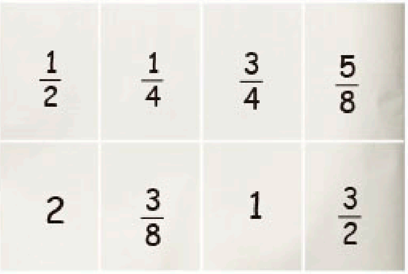
¿Quién ganó? _______________

5. Comparen sus resultados en grupo y comenten quién ganó en los ejercicios 3 y 4. Expliquen por qué.

Un juego con fracciones

Sesión 2

1. Reúnete con dos compañeros para hacer todas las actividades de esta sesión. Con dobleces dividan una hoja tamaño carta en octavos. Anoten los siguientes números. Después recórtenlos, son las nuevas cartas para el juego. Realicen el mismo juego propuesto en el ejercicio 2 de la sesión anterior, pero ahora con fracciones y con dos cambios en las reglas:



$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$
2	$\frac{3}{8}$	1	$\frac{3}{2}$

a) Pueden usar sumas, restas y multiplicaciones, pero divisiones no.

b) Pueden o no usar paréntesis.

Por ejemplo, si obtienen las cartas:

$\frac{1}{2}$	2	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$

Pueden anotar:

$\frac{1}{2} \times 2 + \frac{3}{8} + \frac{5}{8}$ o $\left(\frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{1}{2}\right) \times 2$

c) Jueguen varias veces.

d) El maestro señalará el final de juego diciendo: ¡Alto!

e) Gana quien haya acumulado más puntos.

2. Las siguientes son las operaciones que anotaron Ana, Samuel y Luis en dos rondas. Completen las tablas.

Alumnos	Operaciones	Resultados	¿Quién ganó?
Ana	$1 + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{8}$		
Samuel	$\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) \times \left(1 + \frac{3}{8}\right)$		
Luis	$\frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{8} \times 1$		

Alumnos	Operaciones	Resultados	¿Quién ganó?
Ana	$\frac{3}{2} + 2 + 1 + \frac{1}{4}$		
Samuel	$\frac{1}{4} + \frac{3}{2} \times 2 + 1$		
Luis	$\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2} + 1\right) \times 2$		

3. Dadas las siguientes cartas, anoten una cadena de operaciones (suma, resta, multiplicación). Puede usarse paréntesis, se trata de obtener el mayor resultado.

$\frac{1}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{8}$

4. Comparen sus respuestas con los demás equipos. Digan qué equipo obtuvo el mayor resultado del grupo en el ejercicio 3, cuál fue y qué operaciones propuso.

Sesión
3

Positivos y negativos

1. Haz de manera individual todas las actividades de esta sesión. Subraya lo que se pide en cada caso.

a) Sara compró un lápiz de \$6.00 y una pluma de \$14.00, pagó con un billete de \$100.00 ¿Cuál expresión corresponde al cambio que le dieron?

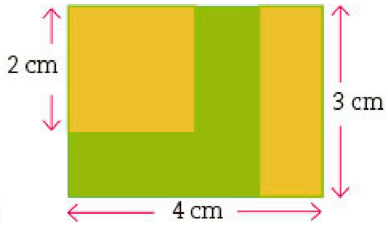
100 – (–6 – 14)   100 + (6 – 14)   100 – (6 + 14)

b) Raúl tiene \$45.00 pero le debe a Carla \$15.00 y a Daniel \$20.00 Si consideras que lo que tiene Raúl son números positivos y lo que debe son números negativos. ¿Cuál expresión corresponde a la situación de Raúl?

45 – (– 15 – 20)   45 + (–15 – 20)   45 – (15 – 20)

c) ¿Cuál expresión, en centímetros cuadrados, corresponde al área verde?

12 – (–4 – 3)   12 + (4 – 3)   12 – (4 + 3)



d) Paco jugó a las canicas. En el primer juego perdió 8, en el segundo ganó 6 y en el tercero volvió a perder 2. ¿Cuál expresión corresponde a esta situación?

–(8 + 2) + 6   –(–8 – 2) + 6   6 + (8 – 2)

2. Escribe en tu cuaderno una situación que corresponda a: – (3 + 1 + 2).

3. Con los números indicados haz una cadena de sumas y restas. Puedes usar paréntesis. Trata de obtener el mayor resultado.

Números	Operaciones	Resultados
–5 + 2		
–2 –6		
–1 –4 10		
0.5 –100 –4.5		
100 –100 –50		
0.5 –0.5 1.5		
$-\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{4}$ $-\frac{3}{4}$		

4. Compara tus respuestas y comenta con todo el grupo cómo conviene usar los números negativos para que el resultado sea mayor.

5. Observen el recurso audiovisual *¡Jerarquía por aquí y por allá!* con lo que ampliarán la información tratada hasta el momento.

Sesión 4

Expresiones algebraicas

1. Reúnete con un compañero para trabajar ésta y la siguiente actividad.

a) Ramiro tiene x años, su hermana tiene el doble de la edad de Ramiro. ¿Cuál expresión corresponde a la edad que tendrá la hermana dentro de 5 años?

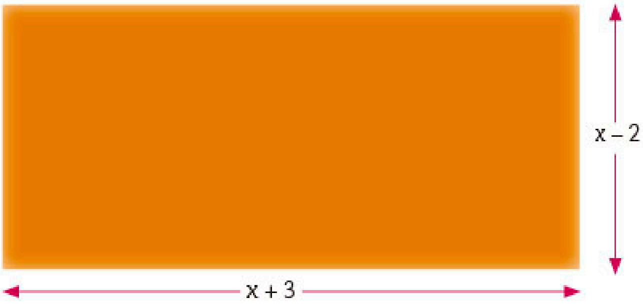
$(x + 2) + 5$ $\qquad$ $5x + 2$ $\qquad$ $2x + 5$

b) Javier compró a lápices de \$3.50 y b plumas de \$4.00, por todo pagó \$75.00 ¿Cuál expresión corresponde a esta situación?

$3.50a + 4b = 75$ $\qquad$ $3.50 + 4\,(a + b) = 75$ $\qquad$ $a + 4b = 75$

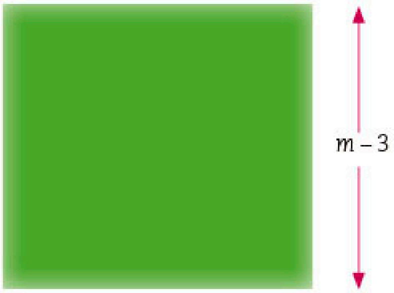
c) Consideren el rectángulo naranja.

¿Cuál expresión corresponde al perímetro?



$2(x{+}3) + 2(x - 2)$ $\qquad$ $2x + 3 + 2x - 2$ $\qquad$ $2x + 3 - 2$

2. ¿Cuál expresión corresponde al área del cuadrado verde?



$m - 3(m - 3)$ $\qquad$ $(m - 3)(m - 3)$ $\qquad$ $(m - 3)\ m - 3$

3. Resuelve de manera individual los problemas y subraya la respuesta correcta.

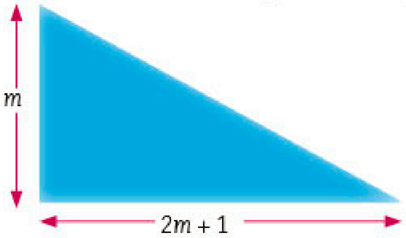
a) A un número le sumamos 10, luego lo multiplicamos por 3 y el resultado lo dividimos entre 2. Si n es el número, ¿cuál expresión corresponde a esta situación?

$\frac{3n + 10}{2}$ $\qquad$ $\frac{3(n + 10)}{2}$ $\qquad$ $\frac{3n}{2} + 10$

b) En una tienda todo está rebajado al 10%. Susana compró dos productos cuyos costos fueron a y b. ¿Cuánto pagó?

$(a + b) - 0.1(a + b)$ $\quad$ $(a + b) - 0.1a + b$ $\quad$ $(a + b) - 10(a + b)$

c) ¿Cuál es el área de este triángulo rectángulo?



$\frac{2m + 1}{2} + m$

$(2m + 1) + \frac{m}{2}$

$\frac{m(2m + 1)}{2}$

d) En un salón de 48 alumnos hay el triple de hombres con respecto a las mujeres. Si x es el número de mujeres, ¿cuál expresión corresponde al número de hombres?

$48 - 3x$ $\quad$ $\frac{48 - 3x}{4}$ $\quad$ $3\left(\frac{48}{4}\right)$

e) El largo de un rectángulo es 4 unidades más que el doble de su ancho. Si p es el ancho, ¿cuál es su área?

$p\ (2p + 4)$ $\quad$ $p\ (2p) + 4$ $\quad$ $2p\ (p + 4)$

4. Comparen sus resultados con los demás compañeros. En caso de que difieran averigüen por qué.

5. Observen el recurso audiovisual *¿Jerarquía en expresiones algebraicas?* donde se mostrará el uso de los signos de agrupación.

6. Usen el recurso informático *Jerarquizando ando*, donde descubrirán nuevas posibilidades y más combinaciones que pueden realizarse con la jerarquía de operaciones en números naturales, decimales y fracciones positivas y negativas, así como en expresiones algebraicas.

Para terminar

Jueguen nuevamente con las reglas descritas en la sesión 2 mezclando las cartas de fracciones y las de decimales. Al finalizar escriban en su cuaderno en qué se fijan para obtener el resultado mayor, cuándo conviene multiplicar por un decimal y cuándo no es conveniente.

17. Multiplicación y división 3

Sesión 1

Para empezar

Según la Organización Mundial de la Salud (OMS), ¿cuánta agua tienes que consumir?; hay quienes dicen que litro y medio cada día, otros que deben ser dos litros y hay quienes dicen que dos litros y medio. En realidad, no todas las personas deben consumir la misma cantidad de agua, esto depende de su peso. La OMS estima que, en promedio, una persona sana debería consumir 0.035 litros de agua al día por kilogramo de peso. Si, atendiendo esta recomendación, Juan consume 1.5 litros de agua, ¿cuánto pesa?

Manos a la obra

¿Para cuántas jarras alcanza?

1. Forma un equipo para hacer todas las actividades de esta sesión.
Anoten en cada caso para cuántas jarras alcanza la cantidad de agua que hay en el garrafón.

_______ jarras
y sobran_______L

_______ jarras
y sobran_______L

_______ jarras
y sobran_______L

_______ jarras
y sobran_______L

2. Escriban en cada caso para cuántos vasos alcanza la cantidad de agua que hay en la botella.

_______ vasos

_______ vasos

_______ vasos

_______ vasos

3. Comparen sus procedimientos y respuestas con lo que hicieron sus compañeros de grupo. Si hay diferencias analicen por qué y, si es necesario, corrijan.

4. Observen el recurso audiovisual *Sumar o restar para dividir* para comprender que es posible obtener el resultado de una división mediante sumas y restas.

Repartos iguales

Sesión 2

1. Reúnete con un compañero para hacer todas las actividades de esta sesión. Repartan en todos los vasos la leche que hay en la jarra, de tal manera que en cada vaso haya la misma cantidad de leche y no sobre nada.

En cada vaso se pondrá _____ L de leche

En cada vaso se pondrá _____ L de leche

En cada vaso se pondrá _____ L de leche

En cada vaso se pondrá _____ L de leche

2. En cada caso se va a hacer la cantidad de moños indicada, de manera que para cada uno se ocupe la misma cantidad de listón y no sobre nada. Anoten en la tabla la cantidad de listón que se ocupará para cada moño.

Cantidad de listón (m)	Número de moños que se harán	Cantidad de listón para cada moño (m)
44	8	
32	10	
59	4	
46.7	5	
125.20	20	

a) Para completar el primer renglón puede hacerse la siguiente división. Aún no está terminada, complétenla hasta que el residuo (lo que sobra) sea cero.

$$\begin{array}{r} 5\\ 8\overline{)44}\\ 4 \end{array}$$

b) Para completar el cuarto renglón puede hacerse la siguiente división. Resuélvanla.

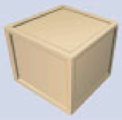
$$5\overline{)46.7}$$

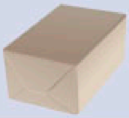
3. Comenten sus procedimientos y resultados. Anoten sus conclusiones en su cuaderno. En grupos recuerden cómo se resuelven las dos divisiones anteriores, sin usar calculadora.

Sesión
3

El peso de 10, 100, 1 000 cajas

1. Realiza las actividades de esta sesión de manera individual.
En cada caso hay una caja con su peso neto. Calcula el peso de 10, 100 o 1 000 de esas cajas y completa la tabla.

Peso neto de una caja (kg)	Peso de 10 cajas (kg)	Peso de 100 cajas (kg)	Peso de 1 000 cajas (kg)
 3			
 4.5			

Peso neto de una caja (kg)	Peso de 10 cajas (kg)	Peso de 100 cajas (kg)	Peso de 1000 cajas (kg)
 12.75			
 1.245			
 0.4			
 0.05			

2. Analiza los resultados de la tabla anterior, trata de descubrir cómo multiplicar por 10, 100 y 1 000 sin tener que hacer la operación escrita o con calculadora. Después calcula mentalmente:

12 × 10 =
35 × 100 =
3.4 × 100 =
12.2 × 1 000 =
45.28 × 10 =
67.56 × 100 =
0.33 × 1 000 =
5.034 × 10 =

3. Completa:

0.92 × ________ = 9.2
4.51 × ________ = 451
0.05 × ________ = 5
7.23 × ________ = 7 230
0.1 × ________ = 1
0.001 × ________ = 1

4. Completa con ayuda de tu maestro la siguiente información.

Para multiplicar un número con punto decimal por 10 se ____________________
____

Ejemplo: ____________________

Para multiplicar un número con punto decimal por 100 se ____________________
____

Ejemplo: ____________________

Para multiplicar un número con punto decimal por 1 000 se ____________________
____

Ejemplo: ____________________

En cualquier caso, si no alcanzan los lugares que se tiene que recorrer el punto, entonces se ____

5. Comparen sus resultados con todo el grupo. Cuando no estén de acuerdo en algún resultado o respuesta, utilicen la calculadora a fin de saber quién está en lo correcto.

Sesión 4

Divisiones con el mismo resultado

1. Reúnete con un compañero para efectuar las dos primeras actividades. Ximena está cortando piezas de listón en pedazos iguales. Calculen el número de pedazos que obtendrá en cada caso.

Tiene 1.4 m de listón verde
y cortará pedazos de 0.35 m.
¿Cuántos pedazos obtendrá? ______

Tiene 140 m de listón rojo
y cortará pedazos de 35 m.
¿Cuántos pedazos obtendrá? _______

Tiene 14 m de listón amarillo
y cortará pedazos de 3.5 m.

¿Cuántos pedazos obtendrá? _____

2. Para organizar el almacén de una tienda, se llenarán bolsas o costales de algunos productos. Calculen el número de bolsas o costales que harán para cada uno.

Hay 350 kg de arroz
y harán costales de 25 kg.
¿Cuántos costales harán? _________

Hay 35 kg de frijol
y harán bolsas de 2.5 kg.
¿Cuántas bolsas harán? _________

Hay 3.5 kg de piñones
y harán bolsas de 0.25 kg.

¿Cuántas bolsas harán? _________

3. Forma un equipo para hacer las actividades.

a) Comparen los resultados que obtuvieron.

b) En cada rectángulo el resultado de los tres problemas es el mismo, analicen y expliquen por qué. ____

____

____

4. Completen la tabla siguiente.

División con decimales	Potencia de 10 por la que se multiplica	División con naturales	Cociente
5.04 ÷ 0.25			
8 ÷ 0.002			
0.0042 ÷ 0.4			
0.7 ÷ 0.4			
0.01 ÷ 0.000001			

5. Compartan con sus compañeros de grupo sus respuestas y si hubo diferencias, analicen a qué se debieron. Después, con la ayuda de su maestro, comenten la siguiente información.

> En la división el cociente no se altera cuando se multiplican dividendo y divisor por un mismo número. La división con decimales puede llegar a expresarse como una división con números naturales más sencilla de resolver. Por ejemplo:
>
> $$0.25 \div 0.004 = 250 \div 4 = 62.5$$
>
> El dividendo y el divisor se multiplicaron por 1000.

6. Observen el recurso audiovisual *Divisiones con el mismo resultado* para explorar más la idea de que al multiplicar dividendo y divisor por el mismo número el resultado no se altera.

7. Utilicen el recurso informático *Recorrer el punto y dividir* para continuar practicando el algoritmo de la división con números decimales.

Más sobre división con números decimales

Sesión 5

1. Haz todas las actividades de esta sesión de manera individual. Completa las tablas y contesta.

Número	Dividirlo entre:	Resultado
8	4	
8	2	
8	1	

Número	Dividirlo entre:	Resultado
8	0.5	
8	0.25	
8	0.10	

¿En cuáles casos el resultado es mayor que el número que se está dividiendo? ____________________

2. Resuelve las siguientes operaciones.

10 ÷ 0.50 = ______ 8 ÷ 0.50 = ______ 4 ÷ 0.50 = ______ 20 ÷ 0.50 = ______

10 × 2 = ______ 8 × 2 = ______ 4 × 2 = ______ 20 × 2 = ______

3. Analiza los resultados anteriores y completa el enunciado.
Dividir un número entre 0.50 es lo mismo que multiplicarlo por ______________

4. Completa la siguiente tabla.

Dividir entre	Es lo mismo que multiplicar por	Ejemplo con división	Ejemplo con multiplicación
0.50	2	7 ÷ 0.50 = 14	7 × 2 = 14
0.1			
0.01			
0.25			
0.20			

5. Resuelve los siguientes problemas.

a) Un enfermo diabético debe administrarse dos dosis diarias de 0.0005 L de insulina de por vida. Si en la institución de seguridad social le proporcionan 0.03 litros del medicamento, ¿cuántos días después tendrá que regresar por más dosis? ______________________________

b) La Organización Mundial de la Salud dispuso que el consumo máximo de azúcar por día debería ser de 0.025 kg. Si una persona ingiere 2 botellas desechables de refresco de cola de 600 ml al día, y se sabe que cada una contiene 0.05 kg de azúcar, ¿cuántas veces rebasa el consumo recomendado? ______________________________

c) La OMS recomienda reducir el consumo de sal para que sea menor de 0.002 kg por día. Una salchicha contiene 0.0532 kg de sal, ¿cuántas veces excede la recomendación de la OMS una persona que consume dos salchichas en un día? ______________________________

6. Compartan sus respuestas con todo el grupo y al terminar, realicen una lectura comentada de la siguiente información.

El procedimiento para resolver una división con decimales es similar al que se realiza en la división con números naturales. Por ejemplo:

$$0.25\,\overline{)\,0.625}$$

Multiplica dividendo y divisor por una potencia de 10 de tal manera que el divisor se transforme en un número natural.

$0.25\,\overline{)\,0.625} \quad = \quad 25\,\overline{)\,62.5}$ dividendo y divisor se multiplicaron por 100.

Divide como en la división con números naturales, sólo que debes colocar el punto decimal en el cociente exactamente arriba del lugar en que lo tiene el dividendo.

$$\begin{array}{r@{\,}l} & \ \ 2.5 \\ 25 & \overline{)\,62.5} \\ & \underline{50} \\ & \ 125 \\ & \ \underline{125} \\ & \ \ 000 \end{array}$$

7. Observen el recurso audiovisual *El algoritmo de la división para números decimales* para ver paso a paso su aplicación.

8. Utilicen el recurso informático *¡A seguir dividiendo!* para continuar con la resolución de problemas que implican una división de decimales.

Para terminar

Si la distancia de la Tierra a la Luna es de 0.3844 millones de kilómetros y la distancia de la Tierra al Sol es de 149.6 millones de kilómetros, ¿cuántas veces está más lejos el Sol que la Luna de la Tierra? Explica en tu cuaderno cómo lo determinaste.

18. Variación proporcional directa 2

Sesión 1

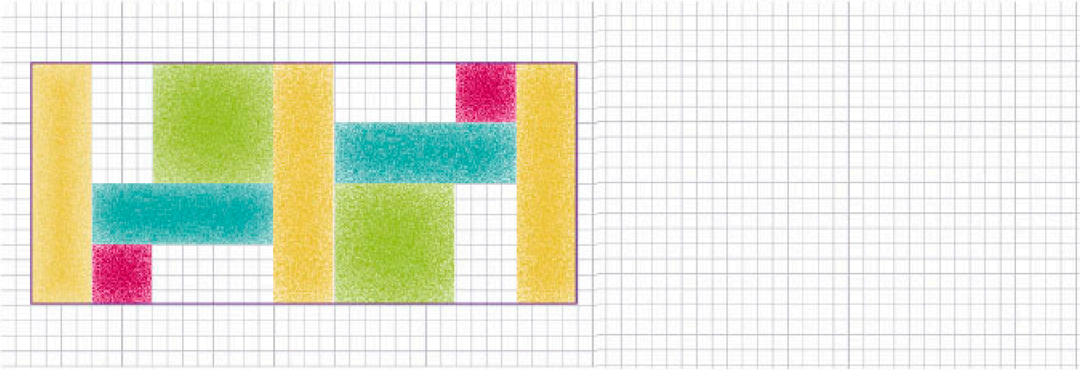
Para empezar

¿Qué cosa tienen en común hacer un dibujo a escala con preparar leche para un bebé y comprar dólares? ¿Las medidas de un dibujo a escala presentan una relación de proporcionalidad directa con las medidas del original?, ¿cómo lo sabes? Cuando se realizan estas actividades, tan ajenas entre sí, se utiliza un concepto matemático que profundizarás en el transcurso de estas sesiones la proporcionalidad directa. Con ella podrás resolver una enorme cantidad de problemas que se te presentarán a lo largo de tu vida.

Manos a la obra

Dibujos a escala

1. Resuelve de manera individual la siguiente actividad.
A un lado del dibujo haz una copia a escala de tal manera que los lados que miden 4 unidades en el original, en la copia midan 3.



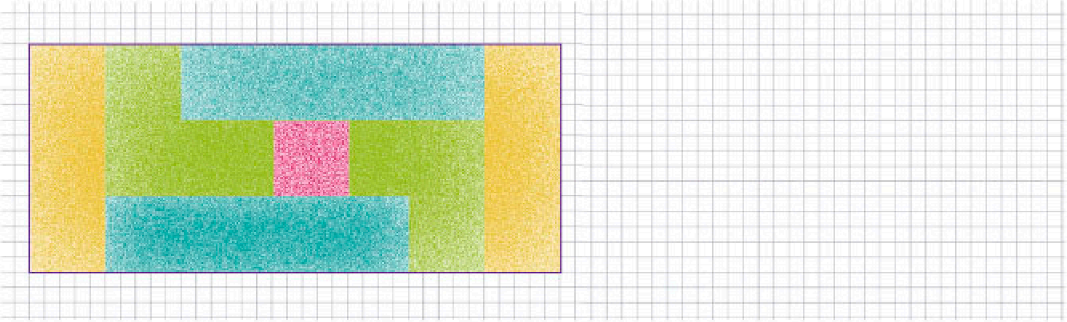
a) Completa la tabla.

Medida en el dibujo original	4	8	12	16	36	1
Medida en la copia	3					

b) ¿Cómo obtuviste las medidas de la copia que hiciste? ____________________

____

2. Reúnete con un compañero para hacer una copia a escala a un lado del dibujo, de tal manera que los lados que miden 5 unidades en el original, en la copia midan 2.



a) Completen la tabla.

Medida en el dibujo original	5	10	15	20	35	1
Medida en la copia	2					

b) ¿Cómo supieron qué medida debía tener cada lado para el dibujo que hicieron? ____

____

3. Comparen sus respuestas con sus compañeros. Comenten si los valores de las tablas representan una relación de variación proporcional directa.

4. Observen el recurso audiovisual *Dibujos a escala* para conocer otras aplicaciones de la proporcionalidad directa.

Leche en polvo

Sesión 2

1. Forma un equipo para trabajar en ésta y las dos siguientes actividades. En una marca de leche en polvo para adultos se indica que por cada litro de agua se disuelvan 8 cucharadas de leche. Con base en este dato, completen las tablas.

Tabla 1					
Litros de agua	1	2	3	4	5
Cucharadas de leche					

Tabla 2					
Litros de agua	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{7}{2}$
Cucharadas de leche					

Tabla 3					
Litros de agua	$1\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$	$6\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{4}$
Cucharadas de leche					

Glosario

Onza (oz): medida inglesa de capacidad que equivale a 29.54 ml. Su símbolo es oz.

2. En las instrucciones para preparar cierta marca de leche en polvo para bebés, se indica mezclar 5 onzas de agua con 4 medidas de leche. Con base en este dato, completen las tablas.

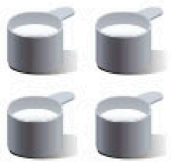


Tabla 1					
Onzas de agua	5	10	15	25	50
Medidas de leche					

Tabla 2				
Onzas de agua	1	2	3	4
Medidas de leche				

Tabla 3					
Onzas de agua	6	13	19	27	42
Medidas de leche					

Tabla 3					
Onzas de agua	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{2}$
Medidas de leche					

3. En grupo comparen sus respuestas y analicen las estrategias que usaron para obtenerlas. Después analicen y comenten la siguiente información.

> En una **tabla de variación proporcional directa**, cada cantidad se multiplica por un número para obtener su correspondiente de la otra cantidad. Este número siempre es el mismo y se llama **constante de proporcionalidad**.

4. Observen el recurso audiovisual *Constante de proporcionalidad* en el que se presentan diferentes ejemplos de la vida cotidiana.

Billetes y monedas de otros países

Sesión 3

1. Resuelve de manera individual esta actividad y las dos siguientes.
A partir del valor en pesos mexicanos del billete de la izquierda anota el valor del billete o la moneda de la derecha, de acuerdo con el tipo de cambio que se indica.

1 dólar canadiense = $14.80 — 2 dólares canadienses = $__________
1 dólar americano = $18.50 — 100 dólares americanos = $__________
10 libras egipcias = $11.00 — 5 libras egipcias = $__________
10 rupias indias = $3.00 — 2 rupias indias = $__________
1 000 yenes japoneses = $200.00 — 50 yenes japoneses = $__________
5 pesos argentinos = $4.50 — 2 pesos argentinos = $__________

2. Considera los precios en pesos mexicanos de los siguientes productos. Anota debajo lo que cuesta en la moneda indicada. Puedes usar tu calculadora.

$100.00

Yenes ______

$150.00

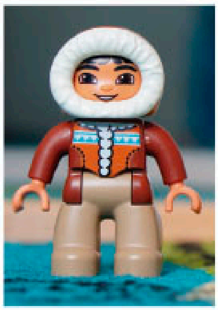
Pesos argentinos ______

$180.00

Rupias indias ______

$40.00

Dólares americanos ______



$80.00

Dólares canadienses ______

$250.00

Libras egipcias ______

3. Anota en tu cuaderno cómo hacer conversiones entre distintas monedas.

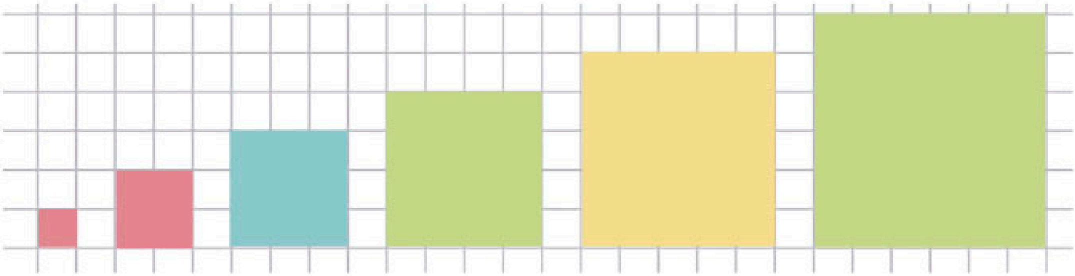
4. Compara tus respuestas con los demás compañeros del grupo. En caso de que sean diferentes, averigua por qué y, de ser necesario, corrígelas.

5. Utiliza el recurso informático *Conversión de monedas* para practicar la conversión de divisas a pesos mexicanos.

Sesión 4

Perímetro y área

1. Realiza todas las actividades de esta sesión de manera individual.
Piensa en una sucesión de cuadrados en la que se va aumentando cada vez 0.5 cm a cada lado. Completa la tabla.



Medida del lado (cm)	0.5	1	1.5	2	2.5	3
Perímetro (cm)						
Área (cm²)						

¿El perímetro y el área son proporcionales a la medida del lado? Justifica tu respuesta.

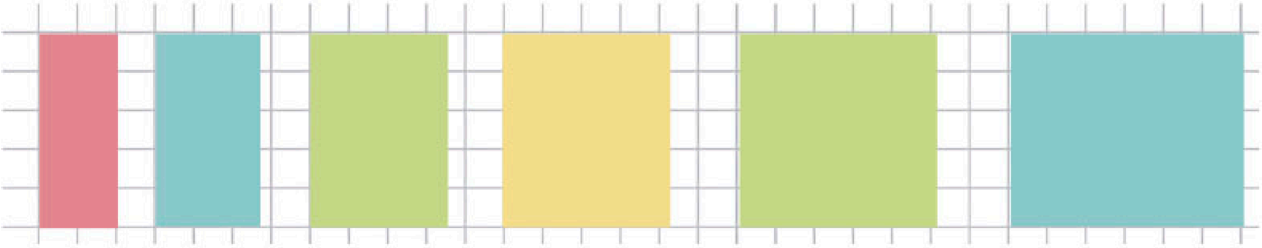
____

2. Ahora imagina unos rectángulos cuya base se mantiene constante (1.5 cm) y la altura aumenta 0.3 cm cada vez.

Medida de la altura (cm)	1.0	1.3	1.6	1.9	2.2	2.5
Perímetro (cm)						
Área (cm²)						

¿El perímetro y el área son proporcionales a la medida de la altura? En caso afirmativo, proporciona la constante. ____________________

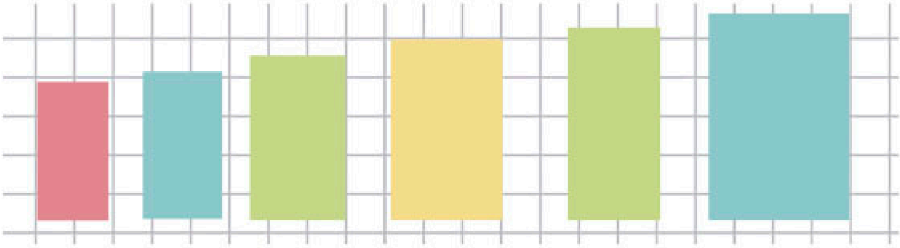
3. En este caso, la altura de los rectángulos se mantiene constante en 2.5 cm y la base aumenta 0.4 cm cada vez. Completa la tabla.



Medida de la base (cm)	1.0	1.4	1.8	2.2	2.6	3
Perímetro (cm)						
Área (cm²)						

Si el perímetro y el área fuesen proporcionales a la medida de la base, determina la constante de proporcionalidad.____________________

4. Ahora los rectángulos cambian la medida de la altura y de la base de acuerdo con lo que muestra la tabla.



Medida de la base (cm)	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
Medida de la altura (cm)	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3
Perímetro (cm)						
Área (cm²)						

¿Hay alguna relación de proporcionalidad entre las cantidades de la tabla? _____

Si la hay, señala entre qué medidas y cuál es el factor de proporcionalidad. _____

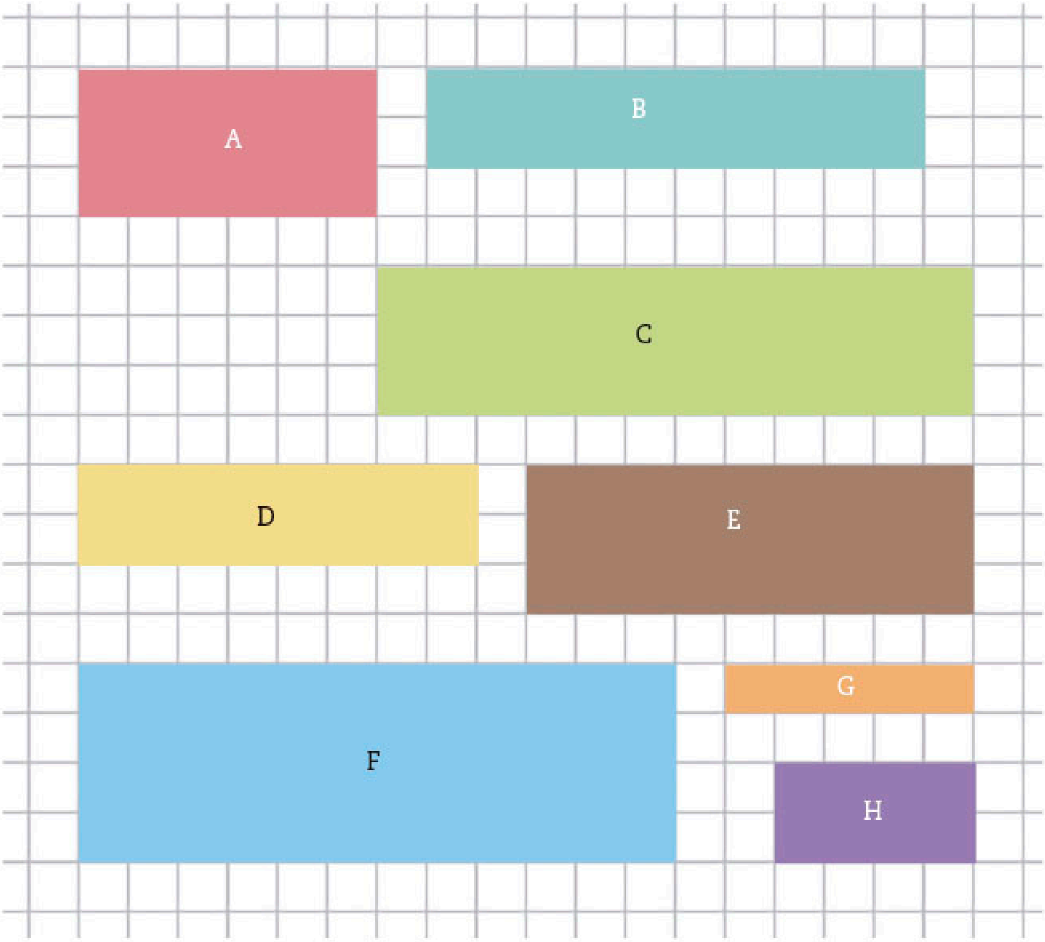
____

5. En grupo, compara tus respuestas. Si no son iguales, analicen por qué. Luego escribe en tu cuaderno cómo supiste si había o no una relación de proporcionalidad directa y cómo determinaste la constante de proporcionalidad.

Sesión 5

Productos cruzados

1. Resuelve individualmente ésta y la siguiente actividad. Con los ocho rectángulos de la ilustración forma parejas en las que un rectángulo esté a escala del otro.

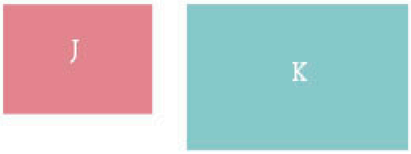


_____ y _____ _____ y _____

_____ y _____ _____ y _____

2. Los rectángulos J y K están a escala uno del otro. Completa la tabla. Considera que el largo es el lado mayor y el ancho el lado menor y toma como unidad de medida un cuadrado.

	Rectángulo J	Rectángulo K
Largo		
Ancho		



Multiplica en cruz las cantidades de la tabla, es decir, multiplica los números que tienen el mismo color de casilla. ¿Qué relación encuentras entre los dos resultados? ____

____

3. Forma un equipo para resolver esta actividad. Para cada pareja de rectángulos de la actividad 1 completen la tabla. Consideren que el largo es el lado mayor y el ancho el menor.

	Rectángulo ______	Rectángulo ______
Largo		
Ancho		

	Rectángulo ______	Rectángulo ______
Largo		
Ancho		

	Rectángulo ______	Rectángulo ______
Largo		
Ancho		

	Rectángulo ______	Rectángulo ______
Largo		
Ancho		

Multipliquen en cruz las cantidades y verifiquen que los resultados sean iguales; si no es así, revisen y corrijan lo que sea necesario.

4. Comparen sus resultados con los demás. Si difieren, analicen por qué, lleguen a conclusiones comunes y anoten en sus cuadernos sus hallazgos acerca de los productos cruzados de cantidades que son directamente proporcionales.

La regla de tres

1. Reúnete con un compañero para realizar esta actividad y la siguiente. Paty va a hacer una fiesta y quiere preparar agua de naranja. Mezcla 2 vasos de jugo de naranja por cada 5 vasos de agua.

Si ha puesto 32 vasos de jugo, ¿cuántos vasos de agua debe poner? ____________

2. Paty pidió a sus amigos que le ayudaran a saber cuánta agua debía poner para que quedara con el mismo sabor. Completa el procedimiento que siguieron.

a) Lilia propuso una tabla.

Vasos de jugo	2	10	20	30	32
Vasos de agua	5				

b) José calculó la cantidad de agua por 1 vaso de jugo, es decir, calculó el valor unitario.
¿Cuál es ese valor? ____________________
Luego multiplicó el valor unitario por 32.
¿Qué obtuvo? __________ × __________ = ___________

Vasos de jugo	2	1
Vasos de agua	5	

c) Lety calculó la constante de proporcionalidad. ¿Qué número multiplicado por 2 da 5? ____________________

Luego multiplicó ese número por 32. Hagan las operaciones.

__________ × __________ = ___________

d) Mario usó la regla de tres. Anotó las tres cantidades que conoce y utilizó una x en la que no conoce. Multiplicó en cruz los valores conocidos y el resultado lo dividió entre el tercer valor para encontrar el valor faltante. Obtengan el valor de x. ____________

Vasos de jugo	2	32
Vasos de agua	5	x

3. Resuelve individualmente los problemas con la regla de tres.

a) En una bolsa hay paletas de limón y de naranja. Por cada 3 paletas de limón hay 4 de naranja; si en la bolsa hay 120 paletas de naranja, ¿cuántas hay de limón? _____

Paletas de limón	3	
Paletas de naranja	4	120

Ecuación:____________ Valor de x:_________

b) En una copia a escala de un dibujo, un segmento que mide 5 cm en el original, mide 8 cm en la copia. ¿Cuánto mide en la copia un segmento que en el original mide 12.5 cm?_________________________

Medida copia (cm)		
Medida original (cm)		

Ecuación:____________ Valor de x:_________

c) Si 4.5 kg de manzana cuestan $157.50, ¿cuánto cuestan 2.5 kg? _______________

Peso (kg)		
Precio ($)		

Ecuación:____________ Valor de x:_________

4. Comparen y analicen en grupo sus planteamientos y resultados. Revisen si hay diferencias y vean a qué se debieron.

5. Observen el recurso audiovisual *La regla de tres* para conocer más esta técnica.

Para terminar

Plantea en tu cuaderno una situación que pueda resolverse con una regla de tres y otra que no pueda resolverse de esa forma. Explica cómo sabes que la primera situación sí puede resolverse con una regla de tres y la segunda no, ¿en qué te fijas?

19. Porcentajes 1

Sesión 1

Para empezar

En la actualidad hay determinados empleos en los que se ofrece al trabajador un ingreso con base en un porcentaje de la cantidad que venda de cierto producto: mientras más venda, mayor será su salario. Por otra parte, diferentes establecimientos, ofrecen a sus clientes algunos porcentajes de descuento en ciertos productos, con el fin de incrementar sus ventas. Al estudiar las cuatro sesiones aprenderás cómo hacer cálculos con el tanto por ciento.

Si al comprar un producto que vale $200.00 te hacen un descuento del 25%, ¿cuánto dinero te van a descontar?, ¿cuánto vas a pagar?

Manos a la obra

Comisiones por ventas

1. Trabaja de manera individual todas las actividades de esta sesión.
   Juan trabaja como vendedor. Le dan de comisión $10 por cada $100 que vende; en caso de que no complete los $100, recibe solamente la parte proporcional.
   Anota cuánto le dieron de comisión cada día.

Lunes

Vendió: $1 000.00

Comisión: $ ____________

Martes

Vendió: $900.00

Comisión: $ ____________

Miércoles

Vendió: $800.00

Comisión: $ ____________

Jueves

Vendió: $1 150.00

Comisión: $ ____________

Viernes

Vendió: $1 480.00

Comisión: $ ____________

Sábado

Vendió: $1 870.00

Comisión: $ ____________

2. Lee la siguiente información para resolver las demás actividades.

La expresión **tantos de cada 100** también puede decirse **tanto por ciento** y su símbolo es **%**. Entonces **20 de cada 100** puede decirse **20 por ciento** y simbolizarse **20%.**

3. De acuerdo con lo anterior, subraya el tanto por ciento que le dan de comisión a Juan.

100% 10% 1%

4. A Tere le dan \$60.00 por cada \$200.00 que vende o la parte proporcional en caso de que no complete \$200.00. Completa la tabla.

Vende (\$)	\$50.00	\$100.00	\$300.00	\$350.00	\$1000.00
Comisión (\$)					

¿Qué tanto por ciento le dan de comisión? ____________________

5. Completa la tabla.

Razón	Tanto por ciento	Con símbolo
15 de cada 100	15 por ciento	15%
28 de cada 100		
	50 por ciento	
		75 %
90 de cada 300		

6. Escribe tres ejemplos de comisiones y calcula el tanto por ciento que les corresponde.

____

____

____

7. Comparen sus respuestas y expliquen cómo llegaron a ellas. Si son distintas averigüen por qué y, en caso de ser necesario, corríjanlas.

Sesión 2

Grandes descuentos

1. Intégrate con un compañero para hacer todas las actividades de esta sesión. En una tienda están haciendo el 25% y el 50% de descuento en el precio de diferentes prendas de vestir. Completen las etiquetas.

Descuento: $ ________________

Precio con descuento: $ ________

Descuento: $ ________________

Precio con descuento: $ ________

Descuento: $ ________________

Precio con descuento: $ ________

Descuento: $ ________________

Precio con descuento: $ ________

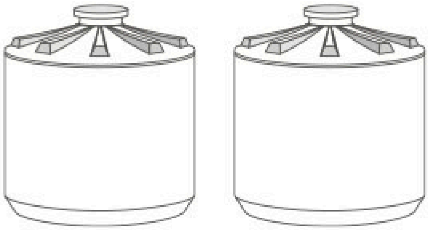
2. Completen la tabla.

Precio ($)	$100.00	$250.00	$470.00	$560.00	$970.00	$1 550.00
50% del precio ($)						
25% del precio ($)						

3. Analicen la siguiente información.

> El precio original de la prenda es el 100%, entonces el 50% es la mitad del precio y el 25% es la cuarta parte. Por ejemplo: si la prenda cuesta $200.00, el 50% del precio son $100 y el 25% son $50.00

4. Los dibujos representan tinacos de agua. El primero tiene que llenarse al 50% y el segundo al 25% de su capacidad. Coloreen hasta dónde llega el agua en cada caso.



5. Comparen todas sus respuestas en grupo. En particular, comenten la manera en que determinaron hasta dónde debería llegar el agua en los tinacos.

6. Observen el recurso audiovisual *Porcentajes* para que puedan conocer varias situaciones en las que se ocupan los porcentajes.

Chocolate en promoción

Sesión 3

1. Forma un equipo para trabajar esta actividad y las tres siguientes.
Una marca que vende chocolate en polvo está dando el 10% del contenido del bote de regalo. Completen los datos que se piden.

Contenido original: 500 gramos

Gramos de regalo: ______________

Contenido total: ______________

Contenido original: ______________

Gramos de regalo: ______________

Contenido total: ______________

Contenido original: ______________

Gramos de regalo: ______________

Contenido total: ______________

Contenido original: ______________

Gramos de regalo: ______________

Contenido total: ______________

2. Completen la tabla.

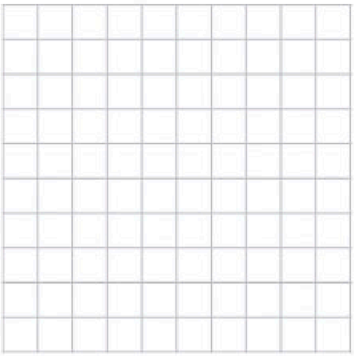
Contenido del bote (g)	200	250	500	600	1350	1875
10% del contenido (g)						
1% del contenido (g)						

3. Analicen la siguiente información.

> El contenido original del bote de chocolate es el 100%, entonces el 10% es la décima parte del contenido y el 1% es la centésima parte.

4. En su cuaderno den tres ejemplos en los que sea necesario calcular el tanto por ciento de diferentes cantidades.

5. De manera individual colorea lo que se indica. ¿Cuántos cuadritos coloreaste de cada color?

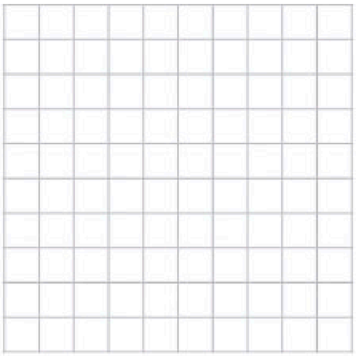


10% de rojo ____

1% de azul ____

30% de rojo ____

6% de azul ____



6. Comenten sus respuestas en grupo y con el maestro. Si difieren averigüen por qué y en caso de ser necesario corríjanlas.

7. Utilicen el recurso informático *Cálculo de porcentajes* para practicar el cálculo del 50%, 25%, 10% y 1% de diversas cantidades.

Sesión 4

El cine del pueblo

1. Reúnete con un compañero para hacer esta y las dos siguientes actividades. En el cine donde va Ana caben 200 personas. El encargado informa el porcentaje de boletos que vende cada día. Calculen cuántos lugares se ocuparon.

Lunes	Martes	Miércoles
30%	35%	60%
Lugares ocupados: ________	Lugares ocupados: ________	Lugares ocupados: ________

Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
76%	100%	95%	87%
Lugares ocupados: ________	Lugares ocupados: ________	Lugares ocupados: ________	Lugares ocupados: ________

2. Ana pidió a sus amigos Beto e Iván que le ayudaran a calcular el número de asientos que se ocuparon el jueves. Completen los cálculos que ellos hicieron.

a) Beto hizo una tabla en la que calculó algunos porcentajes.

Tanto por ciento	50%	25%	1%	76%
Número de asientos ocupados				

b) Iván hizo lo siguiente:

Calculó el 10% de 200: ________________

Y lo multiplicó por 7:_________________

Calculó el 1% de 200: _________________

Y lo multiplicó por 6:_________________

Sumó el resultado de las dos multiplicaciones _________

3. Escriban en sus cuadernos en qué consistieron los procedimientos de Beto e Iván.

4. Haz de manera individual esta actividad y la siguiente. Si cada cuadrito representa un asiento del cine y un día se ocupó el 37%, colorea los asientos que se ocuparon ese día.

5. Utiliza el procedimiento de Iván para calcular el 32% de cinco cantidades que proponga tu maestro.

6. Comparen en grupo todos sus resultados, en particular los de las dos últimas actividades Si son distintos, averigüen por qué y en caso necesario, corrijan.

7. Observen el recurso audiovisual *Cualquier porcentaje* en el que se muestra el procedimiento para calcular cualquier porcentaje.

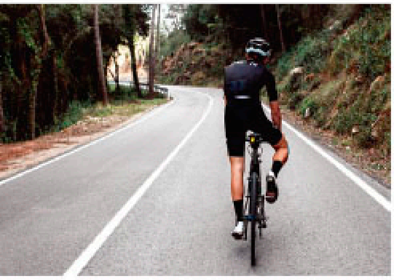
Para terminar

Si un tinaco de agua tiene una capacidad de 1500 litros y contiene el 75%, ¿cuántos litros de agua tiene?, ¿y cuántos litros de agua tiene cuando está al 12.5% de su capacidad? Explica cómo calculaste cada uno de los porcentajes solicitados.

20. Variación lineal 1

Sesión 1

Para empezar



Algunas situaciones de la vida relacionan dos cantidades; por ejemplo: el *número de paletas* con su *precio*, la *distancia* que recorre un ciclista con el *tiempo* que tarda en recorrerla, las *ventas* que logra un vendedor con la *comisión* que le dan. Estas relaciones pueden ser de muchos tipos, pero algunas son de un tipo especial que se llama *variación lineal*. En estas sesiones estudiarás este tipo de variación.

Manos a la obra

El ciclista

1. Realiza todas las actividades de esta sesión de manera individual.

Un ciclista va a una velocidad constante de 30 kilómetros por hora.

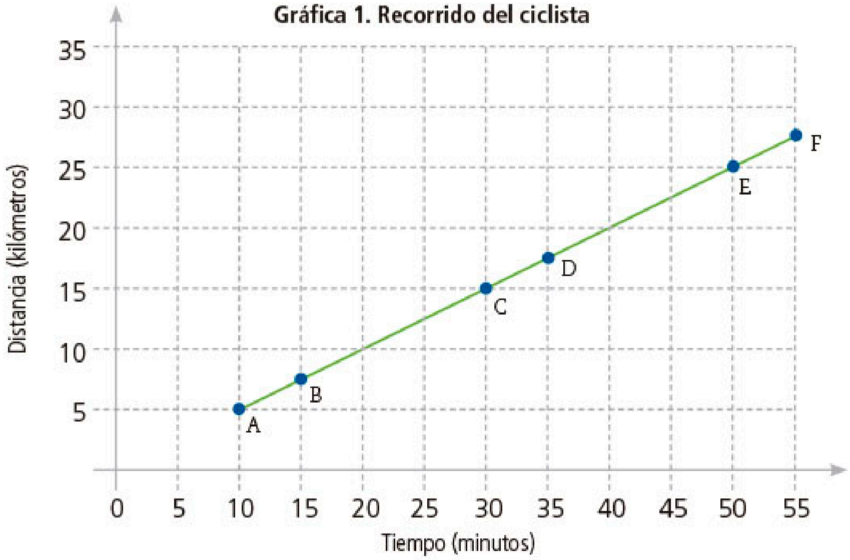
a) ¿En qué tiempo recorrerá 160 km? ________________

b) ¿Y 200 km? ______________

c) ¿En cuánto tiempo habrá avanzado 240 km? ___________________

2. Completa la tabla con la información de la gráfica 1 que muestra varios puntos que relacionan el tiempo que tarda un ciclista en recorrer diferentes distancias durante una carrera.

Gráfica 1. Recorrido del ciclista



Tiempo (minutos)	Distancia (km)
0	
10	5
15	
30	
35	
	30
	35

a) ¿Qué distancia recorrió el ciclista en 30 minutos? ____________________

b) ¿Cuántos kilómetros recorre en 5 minutos? ____________________

c) Al inicio de su recorrido el ciclista no había avanzado ninguna distancia, ¿qué punto de la gráfica 1 corresponde a esta situación? ____________________

d) ¿En qué punto de la gráfica pondrías el cronómetro al inicio del recorrido? ___
____

e) Escribe los números anteriores como coordenadas de ese punto y ubícalo en la gráfica.

3. Traza en tu cuaderno un plano cartesiano y haz lo que se te pide.

a) Localiza en él 10 puntos que cumplan con que su abscisa sea la mitad de su ordenada; por ejemplo, (3, 6).

b) ¿El punto P (2,1) está ubicado en el mismo punto que Q (1, 2)? ____________

4. Compartan sus resultados con el grupo, y si son diferentes analicen por qué. Después lean la siguiente información; si es necesario, regresen a revisar los resultados anteriores.

Una **gráfica** construida en el plano cartesiano representa la relación entre dos conjuntos de cantidades. El primer valor de la coordenada corresponde a su posición con respecto del eje horizontal o de las **abscisas**; y el segundo valor corresponde a su posición con respecto del eje vertical o de las **ordenadas**.

Por ejemplo, en el punto E (50, 25) de la gráfica 1, la abscisa es 50 y la ordenada es 25.

Cuando los valores de ambas coordenadas son iguales a 0, en la gráfica le corresponde el **origen de coordenadas**, que es el punto donde se cortan los ejes de un sistema de coordenadas; se le suele nombrar con la letra O y su ubicación es (0, 0).

5. Utilicen el recurso informático *¿Dónde va el punto?* para practicar la ubicación de puntos en el plano cartesiano.

6. Observen el recurso audiovisual *¿Qué son las gráficas?*, en el cual se da más información sobre la construcción y el uso de las gráficas.

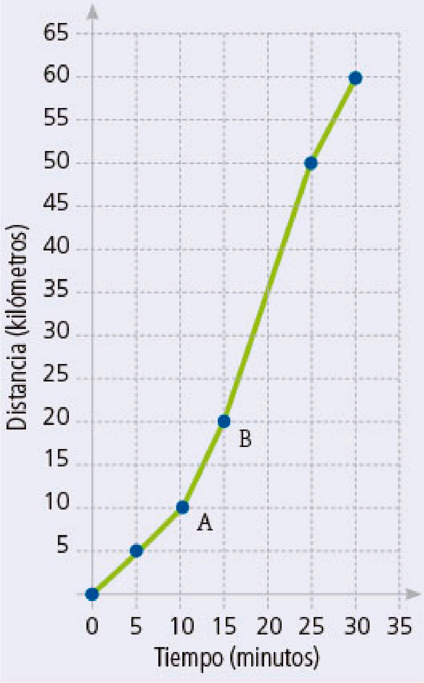
7. En el portal de Telesecundaria encontrarás una referencia a una página web sobre la aplicación de la variación lineal en física.

Sesión
2

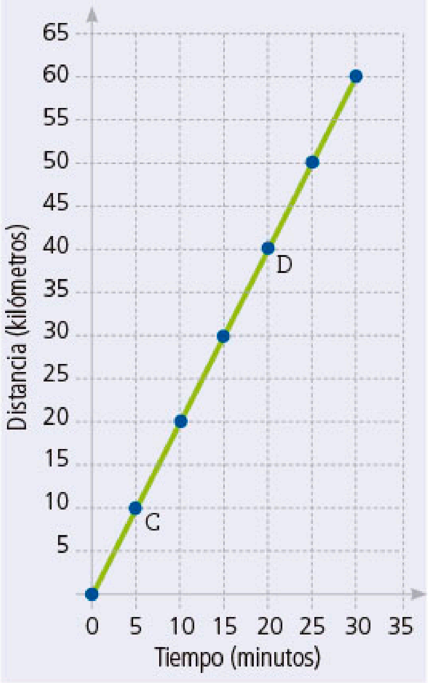
Los autobuses

1. Reúnete con un compañero para trabajar en las actividades de la 1 a la 3. Las gráficas muestran puntos que relacionan la distancia recorrida por tres autobuses y el tiempo que emplean en completar su viaje.

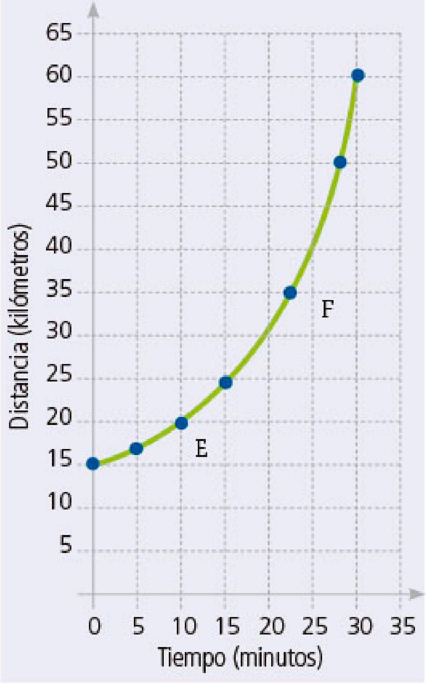
Gráfica 2. Autobús J



Gráfica 3. Autobús K



Gráfica 4. Autobús M



a) ¿Cuál autobús mantuvo una velocidad constante durante todo el recorrido? Argumenten su respuesta. ____

____

b) Si d representa la distancia recorrida y t el tiempo, subrayen la expresión algebraica que relacione las variables d y t del autobús K.

$d = t + 2$ $\qquad$ $d = 2t$ $\qquad$ $d = t^2$

2. Usen la expresión algebraica que hallaron y contesten.

a) Si $t = 1$ minuto, ¿cuál es la distancia d? _________________________

b) Si $t = 12$ minutos, ¿cuál es la distancia d? _______________________

c) Si $t = 50$ minutos, ¿cuál es la distancia d? _______________________

3. Jorge trabaja en el área de ventas de una fábrica de ropa. Por cada paquete de calcetas que vende recibe \$8.00 de pago.

a) Completen la tabla.

Número de paquetes	0	1	2	5	10	15	
Pago (\$)							208

b) Representen con y el pago y con x los paquetes vendidos. Escriban la expresión algebraica que represente la relación de estas cantidades. __________

c) Tracen en sus cuadernos la gráfica correspondiente.

d) ¿La expresión corresponde a una variación lineal? Argumenten su respuesta.

____

____

e) Escriban en su cuaderno tres ejemplos de otras situaciones de variación lineal.

4. Comparen con su grupo las respuestas a todos los ejercicios, en particular discutan los resultados de los ejercicios 1 y 2. Digan cómo llegaron a ellas. En caso de ser diferentes analícenlas y si es necesario corríjanlas. Lean la siguiente información y coméntenla.

La expresión algebraica $d = 2t$, indica que la distancia recorrida (d) **depende** o **está en función** del tiempo (t). Esto significa que para calcular la distancia se multiplica el tiempo por 2. Por tanto, decimos que hay una **variación lineal** entre la distancia d y el tiempo t.
La gráfica asociada a la expresión $d = 2t$ es una línea recta, por ello decimos que es de variación lineal.
Las gráficas en forma de curva o de segmentos con distintas inclinaciones, no son de variación lineal.

5. Observen el recurso audiovisual *Gráficas de los movimientos*, a fin de que sepan cómo graficar una situación en la que la relación entre dos cantidades es de variación lineal.

Sesión
3

¿Es o no es variación lineal?

1. Trabaja de manera individual todas las actividades de esta sesión. En la sesión *Ventas al menudeo y al mayoreo* de la secuencia 7 trabajaste con estas dos tablas.

Tabla 1 Lápices al mayoreo

Cantidad	Precio ($)
10	40.00
20	78.00
30	114.00
40	148.00
50	180.00
60	210.00
70	238.00
80	264.00
90	288.00
100	310.00

Tabla 2 Lápices al menudeo

Cantidad	Precio ($)
10	40.00
20	80.00
30	120.00
40	160.00
50	200.00
60	240.00
70	280.00
80	320.00
90	360.00
100	400.00

¿Cuál de ellas presenta una variación lineal? Argumenta tu respuesta. ____________

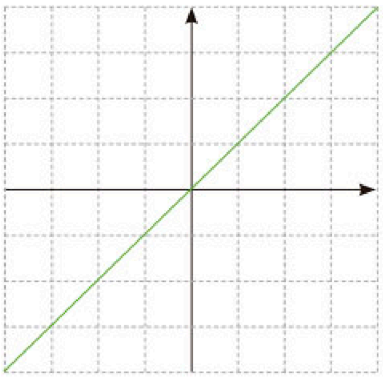
____

____

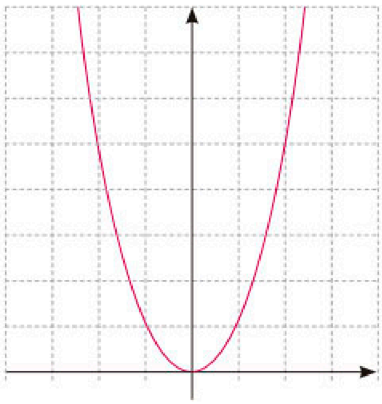
2. Si y representa el precio de un lápiz y x la cantidad de lápices, escribe una expresión algebraica que relacione y con x. ______________________

3. Anota una ✓ a las gráficas que correspondan a una situación de variación lineal.

☐ **Gráfica 5**

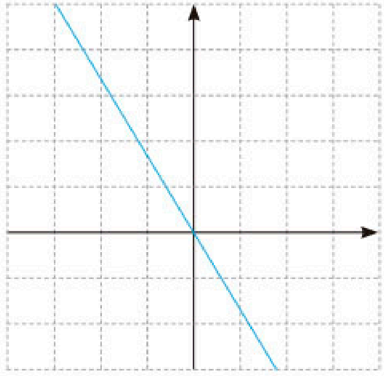


☐ **Gráfica 6**



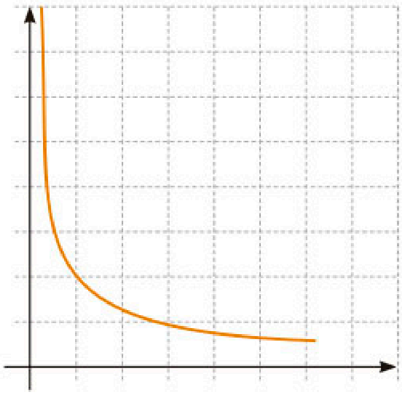
Gráfica 7

☐



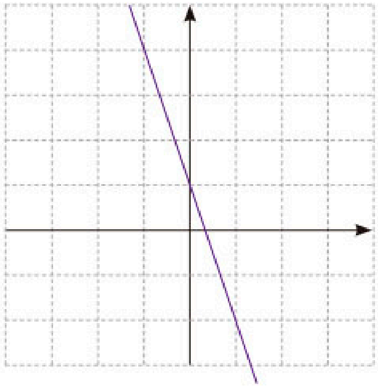
Gráfica 8

☐



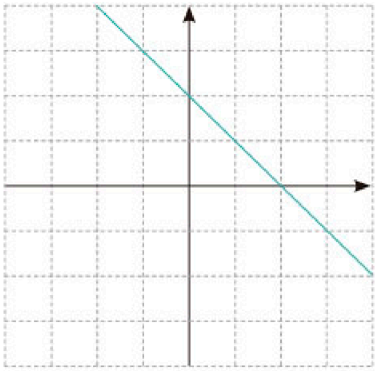
Gráfica 9

☐



Gráfica 10

☐



4. ¿A cuál gráfica corresponde cada una de estas expresiones algebraicas?

$y = -\frac{5}{3}x$ ☐ $y = x$ ☐ $y = -3x + 1$ ☐ $y = -x + 2$ ☐

5. Comparen sus respuestas en grupo. Comenten en particular cómo identificaron las gráficas en el ejercicio 3.

Para terminar

Contesta en tu cuaderno.

a) ¿Todas las situaciones de proporcionalidad directa son situaciones de variación lineal?

b) ¿Todas las situaciones de variación lineal son también situaciones de proporcionalidad directa?

c) Escribe también los argumentos de tus respuestas, da ejemplos y las características que tiene la variación lineal.

21. Ecuaciones 2

Sesión 1

Para empezar

Se ha descubierto que desde el siglo XVI a.n.e. los egipcios desarrollaron un álgebra que usaron para resolver problemas cotidianos que tenían que ver con la repartición de víveres, cosechas y materiales. Ya para entonces contaban con un método de resolución de ecuaciones de primer grado llamado «método de la falsa posición». En estas sesiones continuarás aprendiendo a expresar y a resolver problemas por medio de ecuaciones. Algunas de ellas tendrán la forma $x + a = b$; otras serán de la forma $ax = b$; y otras más de la forma $ax + b = c$.

Manos a la obra

Cálculo mental

1. Observen el recurso audiovisual *¿Qué son las ecuaciones?* mediante el cual conocerán qué es una ecuación y qué no lo es.

2. Forma un equipo para hacer esta y las dos siguientes actividades.
¿Cuánto dinero tenía ahorrado Esteban, si su papá le dio \$150.00 y con eso juntó la cantidad de \$750.00?
   a) Subrayen la ecuación que expresa, en lenguaje algebraico, el planteamiento del problema.
   $x + 750 = 150$ $x - 150 = 750$ $x + 150 = 750$
   b) ¿Cuál es el valor de x que satisface la ecuación elegida en el inciso anterior? ____________________
   c) ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Esteban? ____________________

3. Utilicen los números del recuadro para formar ecuaciones de las dos formas: $x + a = b$; $x - a = b$ y escríbelas en tu cuaderno.

-7 +8 -11 +13 -13 +17

+18 +20 +22 +26 +32 +45

4. Calculen mentalmente la solución de la ecuación (es decir, el valor de x con el que se cumple la igualdad). Vean el ejemplo.

a) $x + 8 = 20$ x = __________ Comprobación __________________
b) $x - 7 = 18$ x = __________ Comprobación __________________
c) $x + 17 = 32$ x = 15 Comprobación $15 + 17 = 32$
d) $x - 13 = 22$ x = __________ Comprobación __________________
e) $x + 26 = 45$ x = __________ Comprobación __________________
f) $x - 11 = 13$ x = __________ Comprobación __________________

5. Haz individualmente esta actividad.

Para cada problema plantea una ecuación y resuélvela mentalmente o con otro procedimiento que te resulte útil. No olvides comprobar que la solución sea correcta.

a) La edad de Diego y Rosa suman 85 años. Si Diego tiene 25 años, ¿cuántos años tiene Rosa? ______________________________

b) Don Alfredo fue a la tienda y compró un litro de aceite más $25.00 de jitomate; pagó en total $55.00 ¿Cuánto costo el litro de aceite? ____________

c) Martín compró una bolsa con 70 naranjas, de las cuales 15 salieron podridas. ¿Cuántas naranjas salieron buenas? ____________________

d) Ximena fue al cine y compró un paquete de palomitas y un refresco grande de $45.00; pagó en total $105.00 ¿Cuánto le costó el paquete de palomitas? ____________________________________

6. En grupo, comparen sus resultados, en particular los del ejercicio 2; si no eligieron la misma ecuación, averigüen por qué. Comenten cómo obtuvieron sus soluciones y corrijan lo que sea necesario. Después analicen y comenten la información.

Las expresiones algebraicas como las anteriores son **igualdades** y las llamamos **ecuaciones** en las que hay uno o varios valores que se desconocen, a los que se denomina **incógnitas**. Dichas incógnitas se representan con una letra (literal) y por lo general, se utilizan las primeras y últimas letras del alfabeto: *a*, *b*, c… *x*, *y*, *z*.

Sesión 2

El camino de regreso

1. Forma un equipo para hacer todas las actividades de esta sesión.
Analicen la situación y respondan. Doña Carmen fue al mercado y compró cinco kilogramos de naranja; si pagó por ellos $80.00, ¿cuánto le costó cada kilogramo?

a) Subrayen la ecuación que expresa lo que dice el problema.

$x + 5 = 80$ $5x = 80$ $\frac{5}{x} = 80$

b) ¿Cuál es el valor de x que satisface la ecuación elegida en el inciso anterior?

____

c) Anoten lo que falta en las líneas.

Número de kg	por	precio de un kg	da	$80.00
5	×	________	=	________

2. Planteen una ecuación para cada problema y determinen el valor de la incógnita.

Situaciones	Ecuaciones	Valor de las incógnitas
Pedro compró cuatro tacos de canasta y pagó por ellos $28.00, ¿cuál es el precio de cada taco?	$4t = 28$	
Manuel sacó 40 fotocopias, si pagó por ellas $14.00, ¿cuál es el precio de cada copia?		
Por ocho horas de trabajo, Juan recibió $360.00, ¿cuánto ganó por cada hora de trabajo?		

3. Resuelvan lo siguiente.

a) $9x = 54$ b) $7y + 14 = 35$ c) $12z = 42$

d) $\frac{1}{2}g = 25$ e) $\frac{2}{3}h = 12$ f) $\frac{3}{4}f - 5 = 22$

4. En grupo, comparen todos sus resultados y comenten los procedimientos que usaron. En particular analicen las respuestas a la actividad 1. Luego lean el siguiente texto y regresen a revisar lo que hicieron.

En una **ecuación** hay dos miembros, los cuales están separados por el signo de igualdad. Éstos son equivalentes. Por ejemplo, en la ecuación

$$5x = 80$$

la expresión algebraica $5x$ es el **miembro izquierdo** de igualdad y resulta equivalente a 80 el cual constituye el **miembro derecho**.

Algunas ecuaciones de la forma $ax = b$, pueden resolverse mentalmente; por ejemplo, si tenemos la ecuación $3x = 12$, que se traduce en la pregunta, ¿qué número multiplicado por x da 12?

La respuesta es $x = 4$; cuatro es el valor de x que satisface la ecuación.

Cuando el cálculo mental no es suficiente, como en la ecuación $3x + 2.5 = 10$, puede usarse la técnica de las operaciones inversas o "el camino de regreso", que se muestra en el esquema. Solamente hay que hacerse las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la operación inversa de sumar 2.5?

b) ¿Y de multiplicar por 3?

c) Entonces, ¿cuál es el valor de x?

5. Observen el recurso audiovisual *¡Un paso más y listo!* donde ampliarán su conocimiento sobre la resolución de este tipo de ecuaciones.

6. Consulten el recurso informático *Ecuaciones 1*, donde aplicarán los conocimientos aprendidos, que se encuentra en la dirección electrónica: <https://proyectodescartes.org/Telesecundaria/materiales_didacticos/1m_b03_t02_s01-JS/index.html>.

Para terminar

Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones, explicando paso a paso el procedimiento que utilizaste.

a) $8x = 120$ b) $y + 25 = 60$

22. Sucesiones 1

Sesión 1

Para empezar

La decoración de las construcciones o espacios para vivir, trabajar o reunirse es una de las actividades características de la humanidad, que suele buscar armonía y belleza en los espacios en donde habita. Un ejemplo es el uso de los azulejos con los que se decoran pisos y paredes.

El estudio de las dos sesiones sobre sucesiones de figuras y números que te permitirán comprender mejor la manera en que se conforman diseños como el de la imagen.

Manos a la obra

¿Cuál es la siguiente figura?

1. Reúnete con un compañero para resolver este y el siguiente problema.
Consideren la siguiente sucesión de figuras.

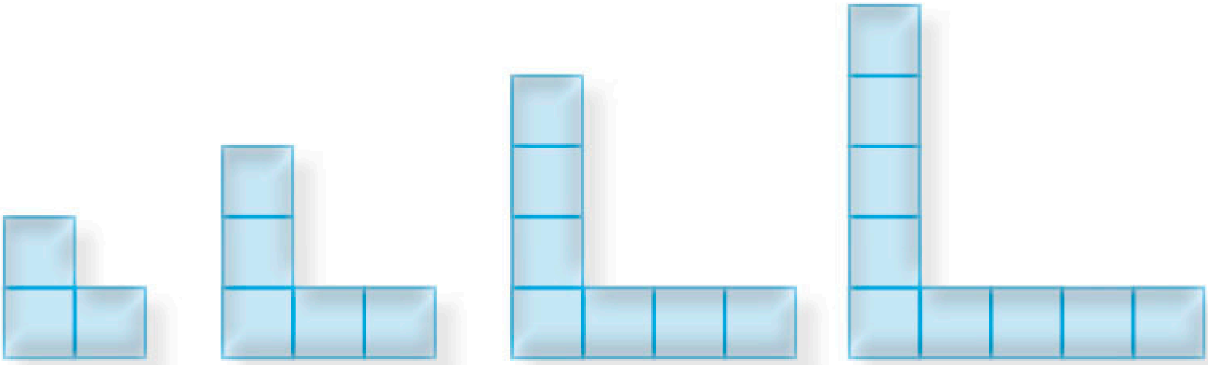


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

a) ¿Cómo se forma la figura 2 a partir de figura 1? ______________________

b) ¿Cómo se forma la figura 3 a partir de la figura 2? ______________________

c) Si continuaran dibujando, ¿cuántos cuadritos forman la figura 20? __________

2. Al contar los cuadritos de la sucesión anterior, se forma la siguiente sucesión numérica.

3, 5, 7, 9, 11,…

a) ¿Cuáles son los siguientes cinco números? ____________________

b) ¿Cómo pueden hallar el número de cuadritos que forman la figura 20? ______

____

____

3. Haz de manera individual este ejercicio y el siguiente.

Considera la siguiente sucesión de figuras.

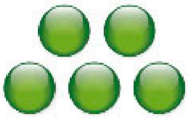


Figura 1

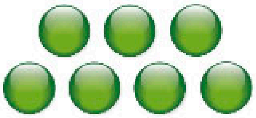


Figura 2

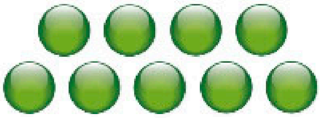


Figura 3

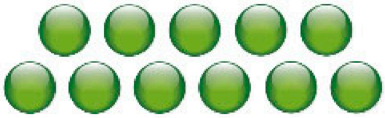


Figura 4

a) Describe en tu cuaderno el procedimiento que se sigue para pasar de una figura a la siguiente.

b) Dibuja en tu cuaderno la figura 5 y la figura 10.

c) ¿Cuántos círculos forman la figura 20? ____________________

____

d) Continúa la sucesión numérica: 5, 7, 9, ______, ______, ______, ______

4. Considera la sucesión de cuadrados formados con cerillos.

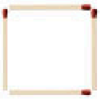


Figura 1

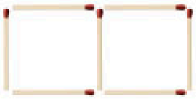


Figura 2

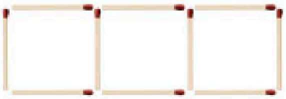


Figura 3

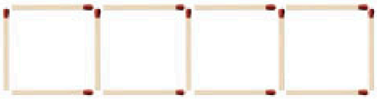


Figura 4

a) Describe qué se hace para pasar de una figura a la siguiente. ____________

b) Dibuja en tu cuaderno la figura 5 y la figura 10.

c) ¿Cómo harías el cálculo del número de cerillos de la figura 20 sin tener que contarlos uno por uno?

d) Continúa la sucesión numérica: 4, 7, 10, ______, ______, ______, ______

5. En grupo, comenten y comparen las respuestas a estas actividades y cómo llegaron a ellas.

6. Observen el recurso audiovisual *¿Qué es una sucesión?*, en el que se describen los diferentes tipos de sucesión que existen y los elementos que las componen.

Sesión 2

Un juego sobre sucesiones

1. Trabaja con un compañero para resolver este y el siguiente problema. Joel le dice a Emma:

> Estoy pensando en una sucesión de números, inicia con el 1 y los demás se obtienen sumando 4 al anterior.

a) ¿Qué número sigue del 1? ________ ¿Y después? ________________________

b) ¿Cuáles son los cinco primeros números que Joel piensa? ________________

c) ¿El número que ocupa el lugar 10 de la sucesión es el 21? ________________
¿Cómo lo sabes? ____

d) ¿El número que ocupa la posición 30 es el 41, 51 o 59? ________________

e) ¿Qué número ocupa el lugar 50? ________________________________

f) ¿Qué relación encuentran entre cada número y la posición que ocupa en la lista? ____
____

2. Consideren que la lista de números inicia con el 3, ¿qué número ocupa la posición 20 si los demás números se obtienen sumando…

a) 2 al anterior? ________________________

b) 3 al anterior? ________________________

c) 5 al anterior? ________________________

d) 10 al anterior? ______________________

3. Haz de manera individual la siguiente actividad.
En cada inciso se dan algunas reglas de sucesiones. Escribe para cada caso los primeros cinco términos de la sucesión.

a) El primer término es 6 y cada término de la sucesión se obtiene sumando 4 al número anterior. ________________________________

b) El primer término es 2 y cada término de la sucesión se obtiene sumando 13 al número anterior. ______________________________

c) El primer término es 200 y cada término se obtiene restando 5 al número anterior. ______________________________

d) Cada término de la sucesión es el triple de la posición que ocupa. ______________________________

e) Multiplico por 3 la posición que ocupa el número en la sucesión y al resultado le resto 1. ______________________________

4. Comparen sus respuestas con su grupo. En caso necesario, corríjanlas. Comenten y analicen la siguiente información.

> Las listas ordenadas como la de Joel reciben el nombre de **sucesiones**. Las sucesiones siguen un patrón o regla. Los elementos que forman una sucesión se llaman **términos**.
> Así, los primeros tres términos de la sucesión que pensó Joel son 1, 5 y 9.

5. Observen el recurso audiovisual *¿Cómo se generan las sucesiones con progresión aritmética?* para conocer la manera de expresar las reglas verbales (patrones) que generan sucesiones como las que trabajaron en esta secuencia.

6. Utilicen el recurso informático *¿Qué número va?* para determinar el número que sigue o falta en una sucesión de la forma ax y $ax + b$.

Para terminar

Considera la siguiente sucesión de palillos.

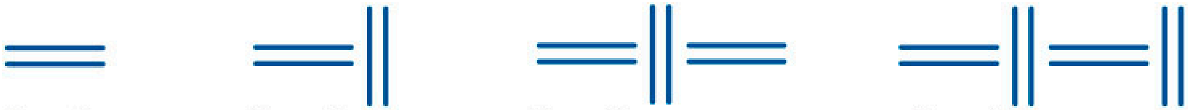


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

a) ¿Cuántos palillos tendrán las figuras 5, 10 y 20?

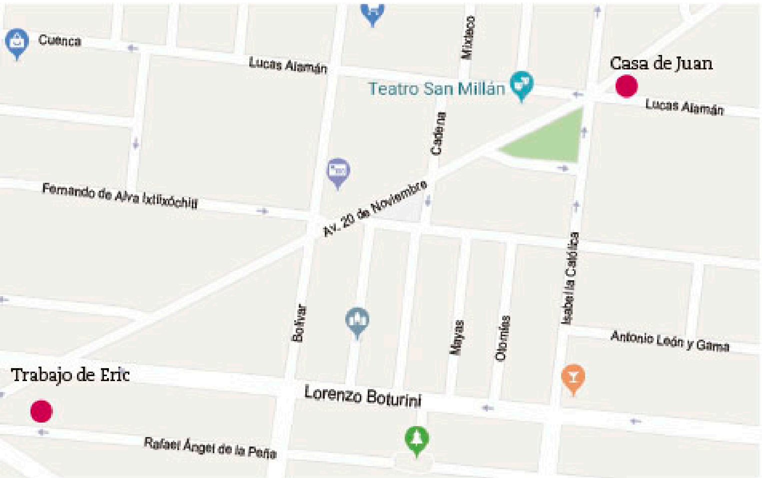
b) ¿Cuántos tendrá la figura n?

c) Escribe en tu cuaderno la manera en que encontraste las respuestas.

23. Existencia y unicidad 2

Sesión
1

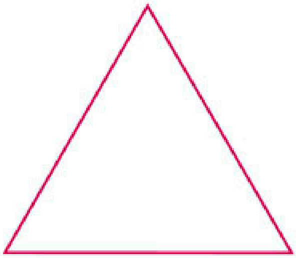
Para empezar



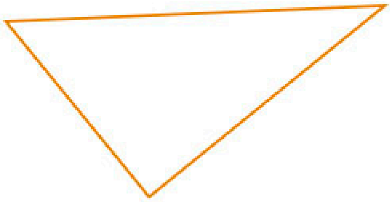
Julio sale de su casa a visitar a su primo Eric en su trabajo. Para ello camina por Lucas Alamán hasta Lázaro Cárdenas y ahí da vuelta a la izquierda hasta llegar al trabajo de Eric. Su amiga Beatriz le comenta que caminaría menos por Diagonal 20 de Noviembre. ¿Tiene razón Beatriz?, ¿por qué? Con el estudio de las siguientes sesiones aprenderás las relaciones sobre los lados y los ángulos de triángulos.

Manos a la obra

¿Cuánto suman?

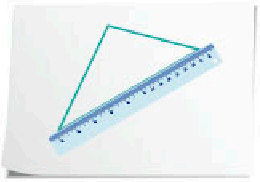


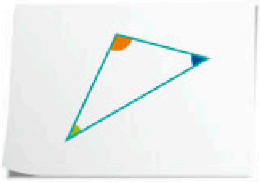
1. Reúnete con un compañero para hacer esta y las tres actividades posteriores. Hagan una hipótesis: si miden los tres ángulos interiores de cada uno de estos triángulos y suman las tres medidas, ¿siempre obtendrán el mismo resultado o serán resultados diferentes? ____________________

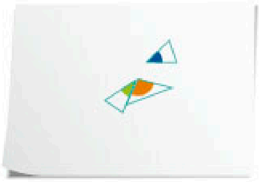


2. Para tratar de probar su hipótesis, midan los ángulos de cada triángulo, sumen las tres medidas y anoten el resultado. ¿A cuál número se aproximan las sumas? ____

3. Prueben su hipótesis de esta otra manera: cada uno trace un triángulo en una hoja. Luego marquen y corten sus tres ángulos por separado y pónganlos uno al lado de otro. Escriban en su cuaderno sus comentarios y observaciones.



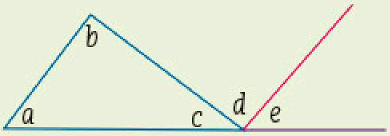




4. El siguiente es un razonamiento para probar que los ángulos interiores de un triángulo suman 180° en la figura; $a + b + c = 180°$.

Consideren que el segmento rojo es paralelo a un lado del triángulo. Si se juntan los ángulos e, d y c, para formar un solo ángulo, como se muestra en la figura, ¿qué ángulo se obtiene?____________
El ángulo a es igual al ángulo e porque son correspondientes.
El ángulo b es igual al ángulo d porque son ___________________________

Entonces en la suma ponemos a en lugar de e y b en lugar de d.



5. Comparen sus resultados en el grupo. Luego analicen la siguiente información y coméntenla.

La suma de los ángulos interiores de un triángulo siempre es 180°.

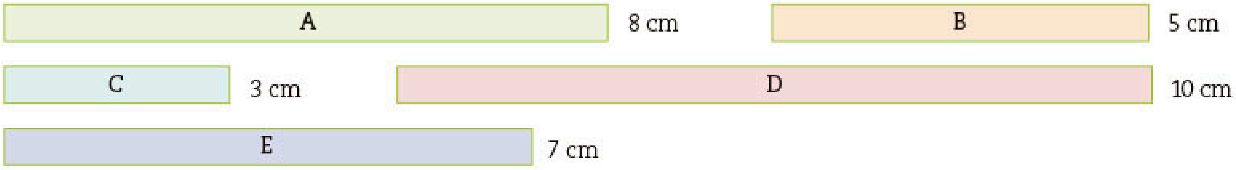
6. Observen el recurso audiovisual *Los ángulos interiores de un triángulo* en donde aprenderán más sobre este contenido.

7. Usen el recurso informático *Ángulos interiores de un triángulo*, para resolver problemas de este contenido.

¿Se puede o no se puede?

Sesión 2

1. Reúnete con un compañero para hacer todas las actividades de esta secuencia. Se tienen tiras de 0.5 cm de ancho y las medidas de largo que se indican.



Hagan una hipótesis: si toman tres tiras cualesquiera ¿siempre es posible formar un triángulo con esas tres tiras? ____

2. Una manera de probar su hipótesis es la siguiente.

a) Corten tiras de papel con esas medidas para formar triángulos.
b) Completen la tabla. Tomen las tiras que se indican en la primera columna.

Tiras	¿Puede formarse el triángulo?
A, B, D	
B, C, D	
A, B, C	
A, D, E	
B, D, E	

c) Analicen los casos en que no se pudo formar un triángulo. ¿Por qué no se formó?

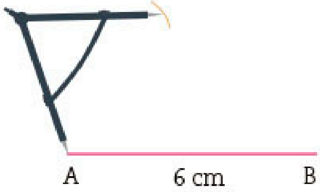
3. Sigan estos pasos en su cuaderno para trazar un triángulo cuyos lados midan 4 cm, 6 cm y 5 cm.

a) Tracen un segmento de 6 cm. Pongan A y B a sus extremos. Abran su compás a 4 cm. Coloquen la punta del compás en A y tracen un arco.

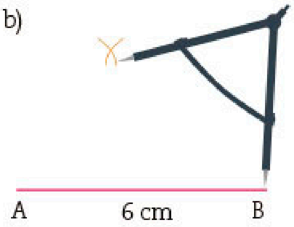
b) Abran su compás a 5 cm, coloquen la punta del compás en B y tracen otro arco.

c) Unan A y B con el punto donde se cortan los arcos.

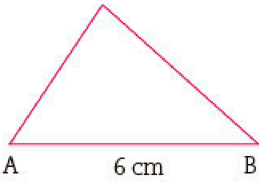
a)



b)



c)



4. Completen la tabla antes de trazar los triángulos. Comprueben sus respuestas trazándolos en su cuaderno.

Medidas de los lados	¿Es posible trazarlo?	Argumenten su respuesta
4 cm, 1 cm, 3 cm		
8 cm, 6 cm, 7 cm		
2 cm, 9 cm, 3 cm		
8 cm, 12 cm, 3 cm		

5. Investiguen en Geogebra cómo trazar un triángulo a partir de la medida de sus lados y luego tracen los triángulos que trabajaron en esta sesión.

6. Comparen sus resultados con los de su grupo. Si tienen que corregir alguna respuesta, háganlo. Después, lean y comenten la siguiente información.

En todo triángulo la suma de las medidas de dos lados debe ser mayor que la medida del tercer lado.

¿Existe el triángulo?

1. En toda esta sesión trabajarán en parejas. En la tabla se dan algunos datos para construir triángulos. En los casos en que sí se pueden hacer, constrúyanlos en su cuaderno. Argumenten todas sus respuestas.

Datos	¿Se puede construir?	Argumentos
Lados: 5 cm, 5 cm y 4 cm		
Ángulos: 30°, 60° y 40°		
Lados: 6 cm, 3 cm y 3 cm		
Ángulos: 45°, 45° y 90°		
Lados: 3 cm, 4 cm y 5 cm		

2. Para los casos en que no fue posible trazar el triángulo, cambien el dato que consideren necesario, anótenlo y constrúyanlo en el cuaderno.

3. Comparen sus resultados en el grupo y comenten cómo saben si un triángulo existe cuando conocen las medidas de sus tres ángulos y cuando tienen la medida de sus tres lados.

4. Observen el recurso audiovisual *Existencia de triángulos* para saber más acerca de las condiciones para construir triángulos.

5. En el portal de Telesecundaria encontrarás una referencia a una página web sobre los criterios para la construcción de triángulos.

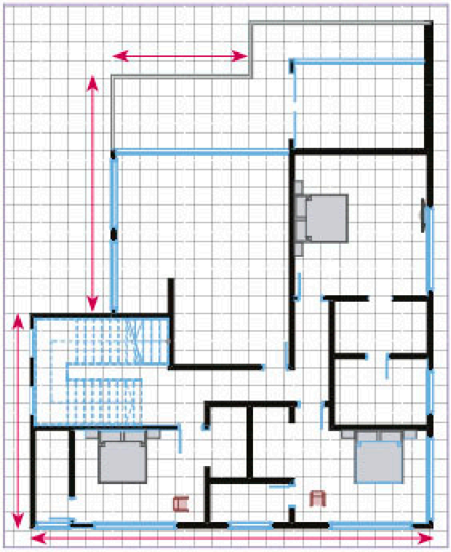
Para terminar

En tu cuaderno argumenta tus respuestas. ¿Existe un triángulo cuyos lados midan 0.01 m, 0.02 m y 0.1 m? ¿Existe un triángulo cuyos ángulos midan 0.1°, 0.2° y 179.7°?

24. Perímetros y áreas 2

Sesión 1

Para empezar

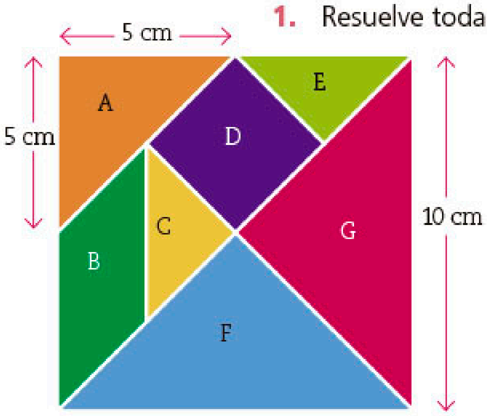


En Egipto, debido a las inundaciones periódicas que sufrían por el río Nilo, se vieron en la necesidad de calcular frecuentemente el área de las parcelas que usaban para la agricultura y restablecer los límites de éstas. Aquellas segmentaciones o subdivisiones de terrenos dieron origen y significado a los conceptos de área y perímetro. Actualmente, se siguen usando para delimitar los terrenos para cultivo o construcción, por ejemplo, podrías responder: ¿qué forma tiene el lugar donde vives?, ¿cómo se mediría su superficie? A lo largo de estas sesiones deducirás las fórmulas para obtener el área de triángulos, cuadrados, rombos, romboides y trapecios.

Manos a la obra

Misma área, diferente forma

1. Resuelve todas las actividades de esta sesión en forma individual.



En cartulina traza y recorta un tangram como el que se muestra, con las medidas que se indican. Usa las piezas para explorar su área y, sin hacer cálculos, responde:

a) ¿Cuáles piezas tienen mayor área? ______________________

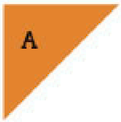
b) ¿Cuáles tienen menor área? ______________________

c) Hay dos piezas que tienen la misma área que la pieza A, ¿cuáles son? ______________________

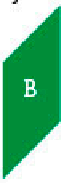
2. Si consideras que el área de la pieza C vale 1, ¿cuántas veces cabe el área de C en cada una de las piezas del tangram que construiste que se representan abajo?

____

____

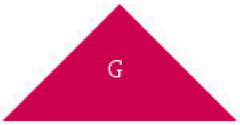


____

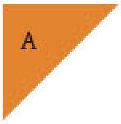


____

3. Ahora considera que el área de la pieza D vale 1, es decir, ahora la pieza D es la unidad. ¿Cuál es el área de las piezas?

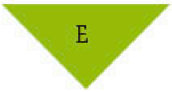


____



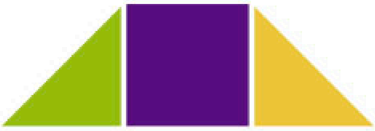
____

____

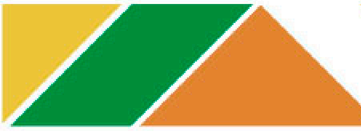


____

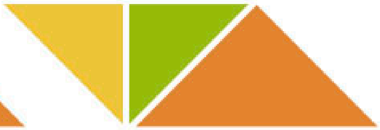
4. Arma las figuras con tu tangram. Calcula el área de cada una si consideras a la pieza E como la unidad.



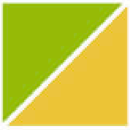
____



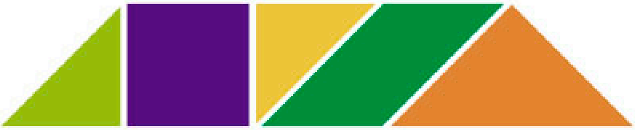
____



____



____



____

5. Arma con tu tangram dos figuras que tengan diferente forma, pero la misma área, usa las piezas que gustes. Dibújalas en tu cuaderno.

6. Comparen sus resultados con el grupo. En caso de que sean diferentes, encuentren la razón. Después analicen y comenten la siguiente información.

> La **superficie** es una cualidad que tienen las figuras geométricas y es una magnitud porque puede medirse. La medida de la cantidad de una superficie es el **área**. Dos figuras pueden tener distinta forma, pero tener la misma área.

7. Observen el recurso audiovisual *El área en la antigüedad* para conocer cómo obtenían el área de diferentes superficies en algunas culturas.

Jardines

Sesión 2

1. Observen el recurso audiovisual *¿Cómo trazo y obtengo el área de figuras geométricas con Geogebra?* el cual les permitirá tener herramientas para trazar y medir superficies de figuras geométricas.

2. Reúnete con un compañero para realizar todas las actividades de esta sesión. Estos dibujos representan jardines. Anoten una ✓ al que tiene más pasto. Calquen y recorten las figuras para que comprueben su respuesta.

Jardín 1

____

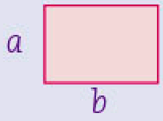
Jardín 2

____

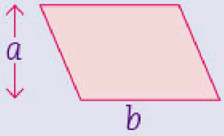
3. Lleven a cabo lo que se les pide.
   a) Tracen un romboide en una hoja y recórtenlo.
   b) Hagan los cortes necesarios para transformar ese romboide en un rectángulo que tenga la misma base y la misma altura que el romboide.
   c) Lean y completen la siguiente información.

Si la fórmula para calcular el área del rectángulo es base por altura que puede escribirse como:

$$A_{\text{rectángulo}} = ba$$

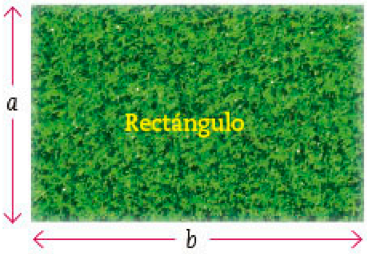


Entonces la fórmula para calcular el área del romboide es: $A_{\text{romboide}} =$ ____________________

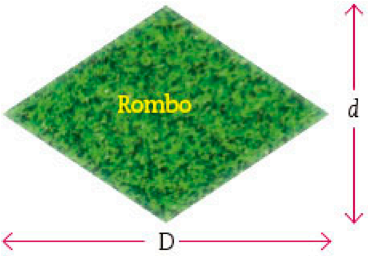


4. Las siguientes figuras también representan jardines. ¿Qué parte del área del jardín rectangular corresponde al área del jardín en forma de rombo?

Jardín 3



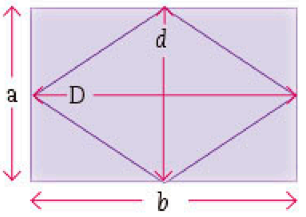
Jardín 4



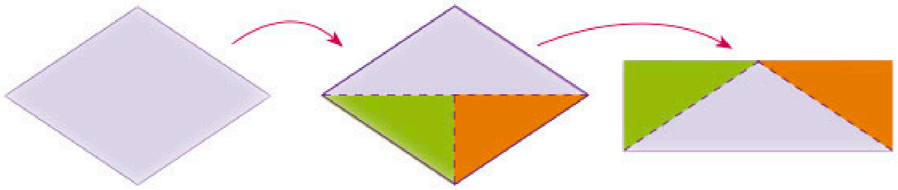
5. Calquen y recorten las figuras para que comprueben su respuesta.

6. En el grupo de Martha y Carlos les pidieron encontrar la fórmula para calcular el área del rombo.

Martha puso el rombo encima del rectángulo y obtuvo $A_{rombo} = \frac{D \times d}{2}$



Carlos recortó el rombo de la siguiente manera y obtuvo: $A_{rombo} = D \times \frac{d}{2}$



a) Expliquen cómo obtuvieron las fórmulas a partir de lo que hizo cada uno. ____

____

____

b) ¿Son equivalentes?, ¿cómo lo saben? Justifiquen su respuesta. ____________

____

____

c) ¿Coincide con lo que ustedes hicieron? Si no es el caso, digan en que difirieron los procedimientos. ______________________________

____

____

7. En su cuaderno hagan un resumen sobre las fórmulas para calcular el área del rectángulo, romboide, rombo y cuadrado. Ilustren su resumen con un ejemplo.

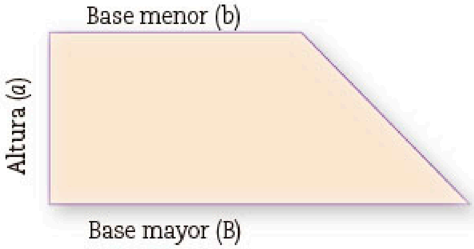
8. Comparen y analicen sus respuestas en grupo. En caso de que sean distintas, averigüen si son equivalentes.

Trapecios

Sesión 3

1. Forma un equipo para trabajar esta y las dos siguientes actividades. Tracen y recorten un trapecio rectángulo, el siguiente es un ejemplo, pero ustedes pueden trazarlo del tamaño que quieran.

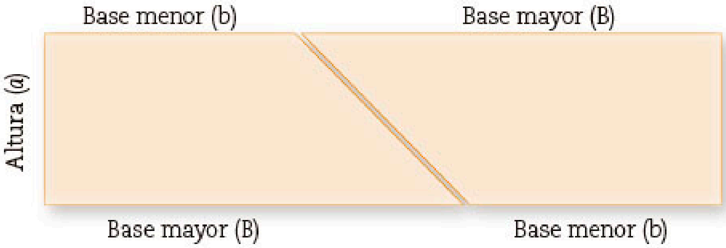
Encuentren una fórmula para calcular su área.



A_{trapecio} = ____________________

2. Algunos equipos hicieron lo siguiente, completen sus razonamientos.

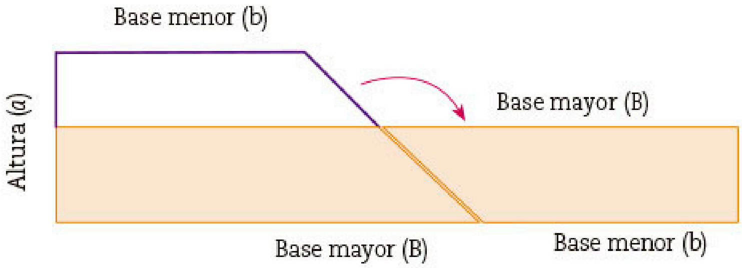
Equipo 1. Pusieron dos trapecios de la siguiente manera.



a) El área del rectángulo que formaron es $A_{\text{rectángulo}}$ = ____________________

b) ¿Cuál es el área de cada uno de los dos trapecios? ____________________

Equipo 2. Transformaron el trapecio de la siguiente manera:



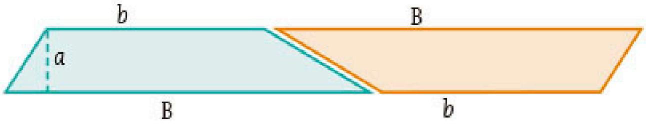
a) El área del rectángulo que formaron es $A_{\text{rectángulo}}$ = ____________________

b) ¿Cuál es el área del trapecio original? ____________________

3. Verifiquen si las fórmulas de los equipos 1 y 2 son equivalentes.

4. Trabaja de manera individual las tres últimas actividades.

En la siguiente figura se ha formado un romboide con dos trapecios iguales:

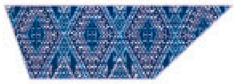


Utiliza las letras indicadas y completa:

$A_{\text{romboide}} =$ ______________

$A_{\text{trapecio}} =$ ______________

5. Relaciona la expresión que permite obtener el área de cada lienzo de tela.



$A = b + a$ $\quad A = \frac{D \times d}{2}$ $\quad A= \frac{(B + b) + h}{2}$ $\quad A= \frac{D + d}{2}$ $\quad A= \frac{(B + b)h}{2}$ $\quad A = b \times a$

6. Completa el resumen de fórmulas que iniciaste en la sesión anterior, agrega la fórmula para el trapecio y el triángulo.

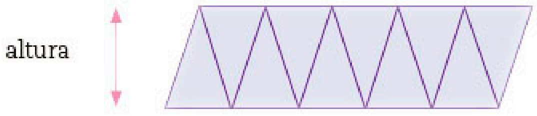
7. Comparen en el grupo sus respuestas, en particular las del ejercicio 1. Si llegaron a fórmulas diferentes, verifiquen si son equivalentes.

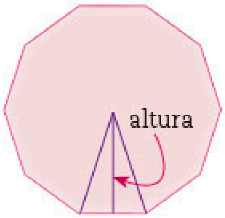
8. Observen el recurso audiovisual *Aplicaciones del área en la vida cotidiana* con el fin de saber en dónde se aplica este concepto matemático en la vida real.

9. En el portal de Telesecundaria encontrarás una referencia a una página web sobre el perímetro y el área de figuras geométricas.

Para terminar

En tu cuaderno, realiza la deducción de la fórmula del área del polígono a partir del romboide.





25. Volumen de prismas 2

Sesión 1

Para empezar

La geometría es un elemento primordial para el diseño arquitectónico, ya que para construir estructuras aprovecha diferentes formas geométricas. En este siglo y el pasado se han construido edificios y rascacielos que responden a una preocupación por la sostenibilidad y el medio ambiente; con ellos se busca economizar el consumo de energía aprovechando la energía solar y recuperar los espacios verdes. ¿Has visto imágenes de estas construcciones? ¿Qué forma tienen? ¿Qué figuras o cuerpos geométricos reconoces en ellos? En la foto se ve la Torre Tlatelolco-Nonoalco, ubicada en la Ciudad de México. Constituye un prodigio arquitectónico y artístico. Su estructura ha soportado sin daños todos los sismos habidos desde su terminación en 1962; además, en sus caras laterales hay un mural del pintor Carlos Mérida y en su parte superior alberga el mayor carrillón (conjunto de campanas) de toda América, el cual fue donado por el gobierno de Bélgica.

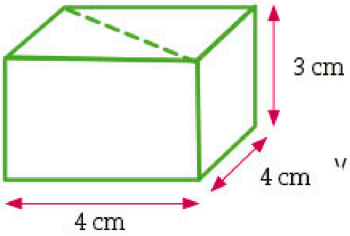
En las tres sesiones siguientes seguirás estudiando la noción de volumen y cómo medirlo.

Manos a la obra

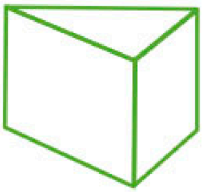
Prismas triangulares

1. Formen un equipo para trabajar esta actividad.

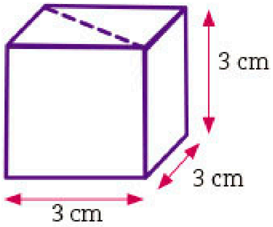
Construyan con plastilina los prismas rectangulares, luego corten con un hilo resistente y tensado por la línea punteada para obtener los prismas triangulares. Anoten el volumen de cada uno.



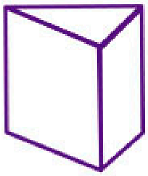
v = ____________



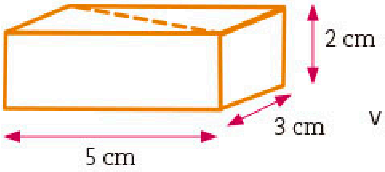
v = ____________



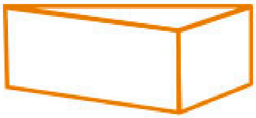
v = ____________



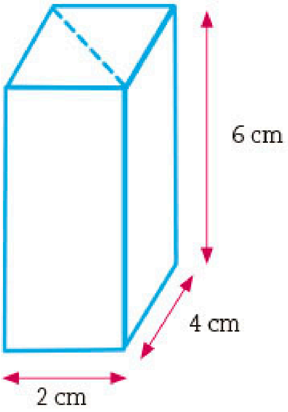
v = ____________



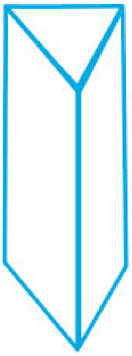
v = ___________



v = ___________



v = ___________



v = ___________

Dato interesante

El mundo de los cuerpos geométricos es fascinante, existen una infinidad de ellos, algunos con formas realmente bellas, por ejemplo, los poliedros regulares:

Los poliedros arquimedianos:

Los poliedros estrellados:

a) ¿Cómo calcularon el volumen de los prismas triangulares?

____

____

b) Apliquen la fórmula que vieron en la página 81 para calcular el volumen de los prismas triangulares y completen la tabla. Verifiquen si obtienen el mismo resultado que ya tenían.

Volumen: Área de la base por altura

$$V = A_b \times h$$

Prisma	Medida de la base del triángulo (cm)	Medida de la altura del triángulo (cm)	Área de la base (cm^2)	Medida de la altura del prisma (cm)	Volumen del prisma (cm^3)
Verde					
Morado					
Naranja					
Azul					

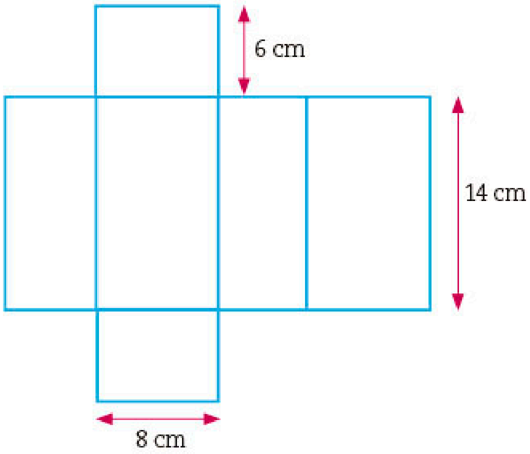
2. En grupo, comparen sus resultados con otros equipos. Comenten si es posible aplicar la misma fórmula para los prismas triangulares.

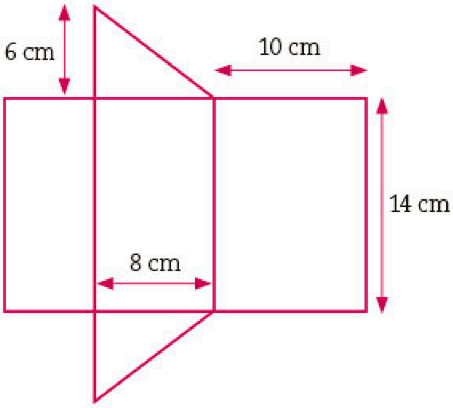
3. Observen el recurso audiovisual *Volumen de prismas triangulares* en donde se presenta la deducción de la fórmula para calcular el volumen de prismas triangulares y su aplicación en problemas diversos.

Sesión 2

Prismas cuya base es un cuadrilátero

1. Trabajen toda esta sesión en equipo.
Usen las plantillas para construir un prisma rectangular y cuatro prismas triangulares.

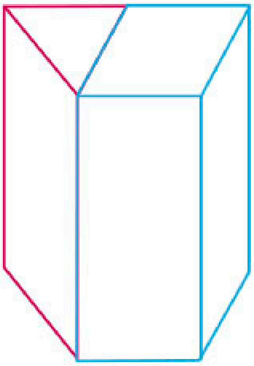




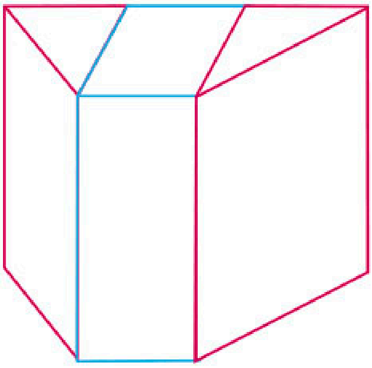
Calculen el volumen de cada uno:

Prisma rectangular ________________ Prisma triangular ________________

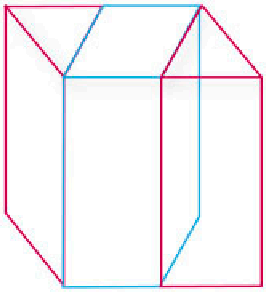
2. Con sus prismas formen los siguientes cuerpos, también se trata de prismas pero con bases diferentes. Como ya pueden obtener el volumen de prismas rectangulares y triangulares, calculen el volumen del prisma que se forma sumando los volúmenes que ya habían calculado.



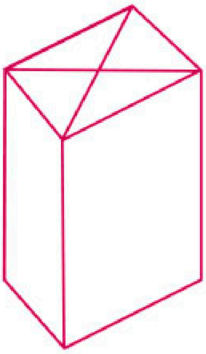
A. Prisma cuya base es
un trapecio rectangular
V = ________________



B. Prisma cuya base es
un trapecio isósceles
V = ________________



C. Prisma cuya base es
un romboide
V = ________________



D. Prisma cuya base es
un rombo
V = ________________

3. Apliquen la fórmula $V = A_b \times h$ para calcular el área de los prismas y verifiquen si obtienen el mismo resultado anterior; anótenlas en la tabla.

Prisma	Área de la base (cm^2)	Altura del prisma (cm)	Volumen (cm^3)
A			
B			
C			
D			

4. Comparen sus resultados con los del grupo. En caso de que difieran, averigüen por qué. Al terminar, lean y comenten la siguiente información.

> El volumen de un prisma recto que tenga como base un triángulo o un cuadrilátero puede calcularse con la fórmula:
>
> $$V = A_b \times h$$

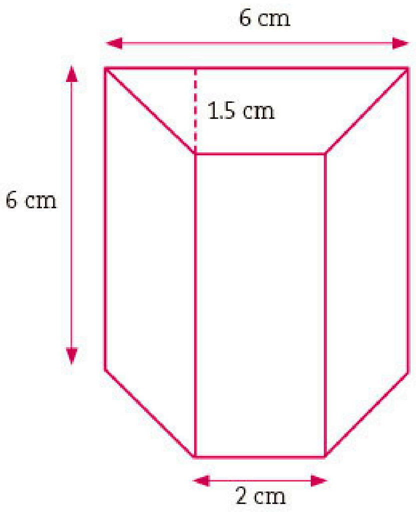
5. Observen el recurso audiovisual denominado *Volumen de prismas cuadrangulares* en donde se presenta la deducción de la fórmula para calcular el volumen de prismas que tienen como base un cuadrilátero y su aplicación en problemas diversos.

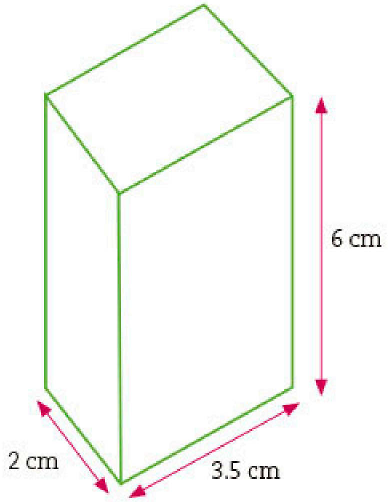
6. Usen el recurso informático *Volumen de prismas* para resolver problemas sobre este contenido.

¡A resolver problemas!

1. Reúnete con un compañero para resolver todos los problemas de la sesión. Si estos prismas se sumergen en agua, ¿cuál hará subir más el nivel? ____________

____



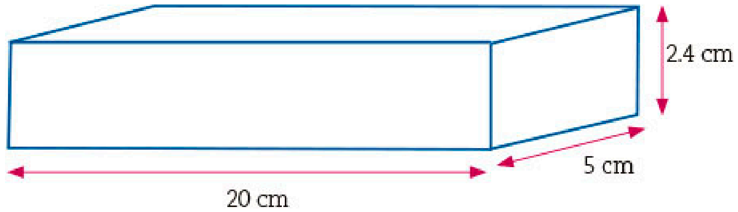


2. Se tiene un prisma hecho de plastilina cuya base es un rombo. La diagonal mayor mide 8 cm, la menor 6 cm y la altura 10 cm.

¿Es posible transformar ese prisma para obtener uno como el siguiente sin que sobre ni falte plastilina? Argumenten su respuesta. ______________________

____

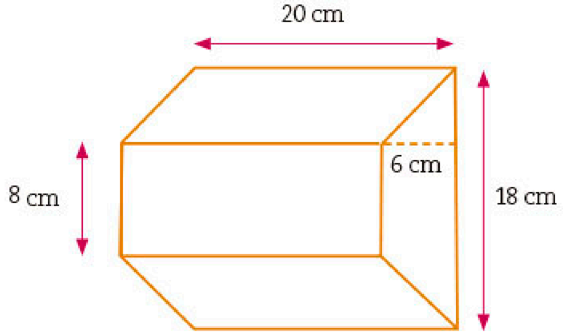
____



3. Javier tiene un prisma cuya base es un rombo; si el área de la base es de 20 cm^2 y si el volumen del prisma es de 180 cm^3, ¿cuál es la altura?____________________

4. La medida del largo, el ancho y la altura de un prisma rectangular son tres números consecutivos. Si el volumen del prisma es 990 cm^3, ¿cuáles son las medidas del prisma?____

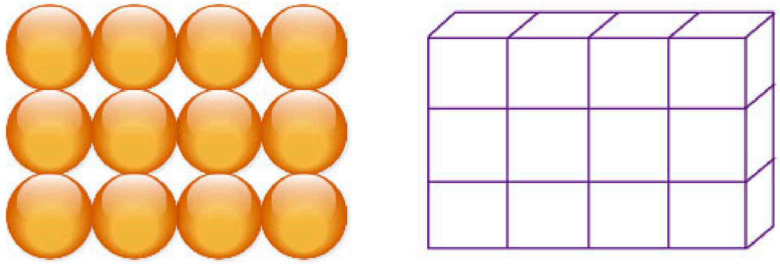
5. Un centímetro cúbico de oro pesa, aproximadamente, 19 gramos. ¿Cuál es el peso del siguiente lingote de oro en forma de prisma trapezoidal?________________



6. El primer cuerpo está formado por canicas de 1cm de diámetro y el segundo, por cubos de 1 cm de arista. ¿Cuál tiene mayor volumen? Argumenten su respuesta.

____

____



7. ¿A qué creen que se deba que el cubo se use para medir el volumen? __________

____

8. En una fábrica desean hacer cajas con un volumen de 1000 cm^3. Anota las medidas de tres cajas distintas entre sí, de ese volumen, que podrían fabricar.

____

9. Comparen sus resultados con los de sus compañeros de grupo, hay problemas que pueden tener varios resultados. Analicen cuáles son válidos.

10. Observen el recurso audiovisual *Problemas sobre volumen* en donde observarán otros problemas y la manera en que se resuelven.

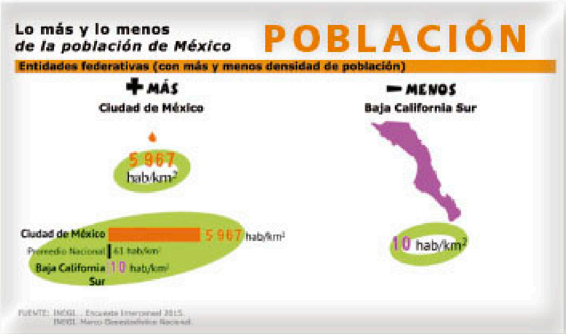
Para terminar

Si un prisma aumenta al doble su altura y disminuye a la mitad su ancho, ¿qué sucede con el volumen? Explica en tu cuaderno la respuesta.

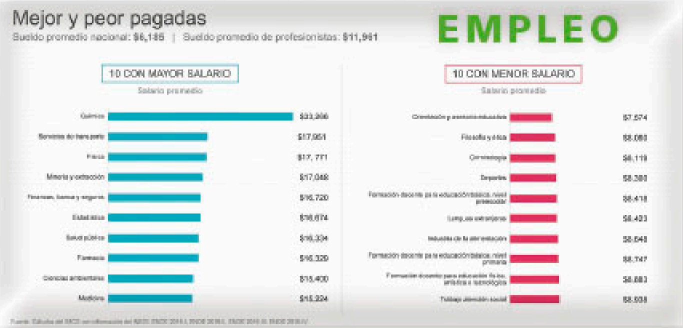
26. Medidas de tendencia central 1

Sesión 1

Para empezar



En la mayoría de estos ejemplos, tomados del sitio web del Inegi, observamos que se utilizan porcentajes, gráficas y valores que corresponden, entre otros, a las medidas de tendencia central. Estas medidas se emplean como punto de referencia para observar el comportamiento de los datos. En las tres sesiones siguientes se presentarán diferentes situaciones en las que se utiliza la media aritmética para analizar información.



Manos a la obra

La media aritmética en la alimentación

1. Observen el recurso audiovisual *La estadística* el cual presenta algunos ejemplos de cuándo y cómo se aplica.

2. Forma un equipo para trabajar todas las actividades de esta sesión.
En un programa de nutrición participó un conjunto de 10 personas con problemas de obesidad. La siguiente tabla muestra el peso en kilogramos de cada persona antes y después de someterse a dicho programa.

Programa de nutrición "Come sano"
Registro del peso en kilogramos del primer grupo de participantes

Persona	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antes	128	115	106	128	122	145	132	109	100	128
Después	115	102	101	119	115	138	126	105	104	115

a) Consideren el peso de las personas al *inicio* del programa para completar la siguiente tabla.

Valores del primer grupo antes de participar en el programa "Come sano"

Peso máximo (kg)	Peso mínimo (kg)	Peso más frecuente (kg)	Media aritmética (kg)

b) Ahora completen la tabla con los resultados al *terminar* el programa.

Valores del primer grupo después de participar en el programa "Come sano"

Peso máximo (kg)	Peso mínimo (kg)	Peso más frecuente (kg)	Media aritmética (kg)

c) Escriban cómo calcularon la media aritmética en cada caso. ______________________

____

d) ¿Para cuáles valores necesitan hacer cálculos? ______________________

____

e) ¿Para cuáles valores no necesitan hacer cálculos? ______________________

____

f) ¿Cuáles de los valores utilizarían para comunicar los logros que tuvo el programa en este grupo? ______________________

3. En la siguiente aplicación del programa de nutrición "Come sano", un nuevo grupo presentó las siguientes medidas de peso:

Programa de nutrición "Come sano"
Registro del peso en kilogramos del segundo grupo de participantes

Persona	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antes	119	95	102	125	102	135	118	102	102	110
Después	104	90	101	119	90	130	107	90	104	105

a) ¿Qué valores conviene obtener para comparar los resultados de este grupo con el primero? Justifiquen sus respuestas. Pueden utilizar calculadora. ________

____

b) ¿En qué grupo hubo mejores resultados? ________________________

4. Las siguientes tablas muestran los resultados obtenidos en el tercer grupo.

Valores del tercer grupo

Peso antes del programa (kg)	Peso después del programa (kg)
Máximo: 145	Máximo:130
Mínimo: 95	Mínimo: 92
Más frecuente: 105	Más frecuente: 92
Media aritmética: 114	Media aritmética: 105

a) Si los tres programas duraron lo mismo y si se toma en cuenta el peso de las personas al finalizar el programa, ¿en cuál grupo se redujo más el sobrepeso?

____

b) ¿Con base en qué valor o valores lo determinaste? ________________

c) Si la comparación se realiza a partir del peso máximo (o del peso mínimo) en cada grupo, ¿en cuál se tiene a las personas con mayor peso? ________

d) Si se considera como referente el peso más frecuente de las personas de cada grupo al inicio del programa, ¿en cuál grupo las personas tenían mayor peso?

____

e) Si consideran el peso inicial en cada grupo, ¿en cuál de ellos las personas tenían mayor peso? ____________________

5. En grupo, intercambien sus respuestas con otro equipo. Si éstas son distintas, analicen los procedimientos y criterios que utilizaron y corrijan si es necesario. Finalmente, lean y comenten la siguiente información que les ayudará a llegar a acuerdos.

Es posible comparar varios conjuntos de datos que tienen condiciones semejantes a partir de algunos valores representativos, como son las medidas de tendencia central, así:

La **moda** corresponde al valor del dato con mayor frecuencia, es decir, el dato que más ocasiones ocurre o se observa. En general, conviene utilizar este valor como representante del conjunto cuando los datos tienen que ver con cualidades como: color, tamaño (chico, mediano y grande).

La **media aritmética**, dado que su valor implica considerar todos los datos del conjunto, sirve como el representante y resume en un valor numérico la tendencia central de los datos; en otras palabras, la media aritmética es una manera cuantitativa de representar los datos.

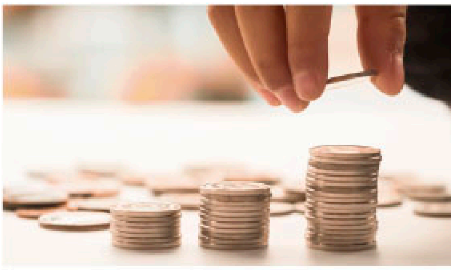
En resumen, las medidas de tendencia central que hemos visto son valores representativos de un conjunto de datos.

La media aritmética y el reparto equitativo

Sesión 2

1. En parejas, contesten las preguntas.

Un grupo de amigos juntan sus monedas para repartírselas de forma equitativa: Jaime tiene 18, Raquel 23, Laura 12, Nora 2 y José no tiene monedas.



a) ¿Cuántas monedas tienen en total? ____________________

b) ¿Y entre cuántos amigos se reparten? ____________________

c) ¿Cuántas monedas le tocan a cada uno, sin que sobre nada y asegurando que todos tengan la misma cantidad?

____

d) ¿Consideran conveniente incluir a José? ¿Por qué? ______________________

e) ¿Cuántas monedas le toca a cada uno si no consideran a José?

____

2. Forma un equipo de cuatro o cinco integrantes para hacer el resto de las actividades. Junten todos los lápices y plumas que tengan.

a) En total, ¿cuántos lápices y plumas reunieron? ______________________

b) Si se reparten de manera equitativa entre ustedes, sin importar si es lápiz o pluma, ¿cuántos les tocan a cada uno? ______________________

c) Si se reparten solamente los lápices, ¿cuántos les tocan? ______________________

d) En el caso de las plumas, ¿cuántas les corresponden? ______________________

3. Ahora en el grupo reúnan todos los lápices y plumas y completen las tablas.

Número de	Conteo	Total
Lápices		
Alumnos		
Lápices por alumno		

Número de	Conteo	Total
Plumas		
Alumnos		
Plumas por alumno		

Número total de artículos	
Número total de alumnos	
Número de artículos por alumno	

a) Anoten cómo determinan el número de lápices, plumas o artículos que le corresponde a cada uno. ______________________

b) Consideren los resultados registrados en las tablas y complétenlas.

Número total de lápices	
Número total de alumnos	
Número de lápices por alumno	3

Número total de plumas	
Número total de alumnos	20
Número de plumas por alumno	

Número total de artículos	100
Número total de alumnos	
Número de artículos por alumno	

4. En caso de tener menos lápices que el número de alumnos, ¿cómo se expresa el resultado del reparto? Da un ejemplo. ____________________________________

5. En grupo, intercambien sus respuestas con otro equipo. Analicen los procedimientos y criterios que utilizaron y corrijan si es necesario. Después lean y comenten la siguiente información.

Glosario

Equitativo: cuando a cada una de las partes le toca la misma cantidad.

Cuando el resultado de un reparto es **equitativo**, ese resultado corresponde al valor de la **media aritmética** del conjunto de artículos, objetos o piezas. Ejemplos de este tipo de situaciones son los resultados del número de hogares con computadora, hogares con acceso a Internet, o cantidad de usuarios por computadora.

6. Observen el recurso audiovisual *Datos estadísticos*, que presenta ejemplos en que la media aritmética es el resultado de un reparto equitativo.

De nuevo... la media aritmética

Sesión 3

1. Formen equipos con al menos 4 integrantes para realizar la siguiente actividad. Tomen un lápiz y cada integrante del equipo por separado mida la longitud del suyo en centímetros; anótenla en el siguiente cuadro.

Alumno	1	2	3	4	5	6
Longitud de los lápices (cm)						

a) ¿Cuál es la medida que más se repite? __________________________

b) ¿Cuál es la medida promedio de la longitud del lápiz? ___________

2. Intercambien sus lápices con otro equipo y procedan de la misma manera.

a) Anoten los resultados en la tabla.

Alumno	1	2	3	4	5	6
Longitud de los lápices (cm)						

b) Completen los valores correspondientes a los dos conjuntos de mediciones de cada lápiz (en caso de ser diferentes). Pueden utilizar calculadora.

Resumen de las medidas registradas de la longitud de un lápiz por _______ alumnos	
Medida mínima:	Medida más frecuente:
Medida máxima:	Medida de la media aritmética:

c) ¿Qué medida utilizarían para representar la mejor estimación de la longitud de un lápiz? ____________________

3. ¿Cuál es la medida que representa mejor a los siguientes datos? Márcala.

Conjunto de datos
1.01, 1.02, 1.09, 1.06, 1.01, 1.08, 1.07, 1.05, 1.1

4. Compartan y analicen sus respuestas en grupo. Después, lean y comenten la siguiente información.

Cuando se realizan diversas mediciones de una característica de un mismo objeto como son longitud, peso, capacidad, volumen, entre otros, puede ocurrir que los resultados varíen, por tanto, en estas situaciones la media aritmética es considerada la mejor estimación de la medida real del objeto.

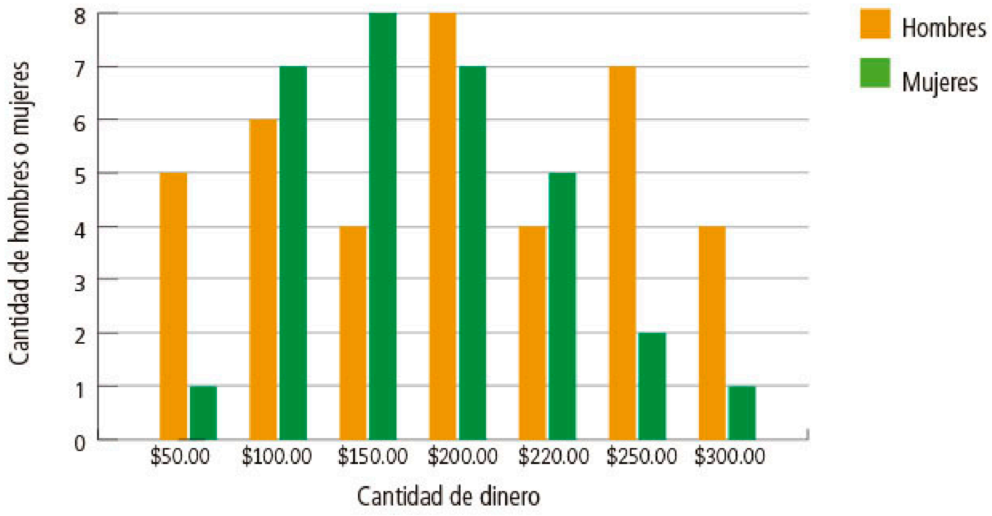
Por ejemplo: Al medir seis veces la altura de un alumno con un mismo metro puede ocurrir que se registren hasta seis medidas diferentes debido a variaciones al tomar la medida, por lo que la mejor estimación de la altura real del alumno se obtiene calculando la media aritmética de ellas.

5. Observen el recurso audiovisual *Una misma medida, diferentes significados* que les permitirá profundizar sobre las diferentes interpretaciones que se le da a la media aritmética.

Para terminar

Resuelve en tu cuaderno lo siguiente.

Raúl piensa que en la gráfica se muestra que los hombres y mujeres tienden a gastar diferentes cantidades de dinero en material de lectura. ¿Quién gasta más en material de lectura? Justifica tu respuesta. Proporciona la interpretación del promedio que mejor se adapte a la situación planteada.



Evaluación

Marca la respuesta correcta en cada caso.

1. ¿Cuál de las fracciones es equivalente a la fracción decimal $\frac{6}{10}$?

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{10}{15}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{5}{8}$

2. Dados los siguientes números: 0.67, $\frac{2}{3}$, 1.1, $\frac{5}{4}$, 0.3, 0.09, ¿cuál es el orden de menor a mayor?

a) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{4}$, 0.3, 0.67, 0.09, 1.1 b) 0.09, 0.3, $\frac{2}{3}$, 0.67, 1.1, $\frac{5}{4}$

c) $\frac{5}{4}$, $\frac{2}{3}$, 0.67, 0.3, 0.09, 1.1 d) 0.3, 0.67, 0.09, 1.1, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{4}$

3. Al multiplicar por 100 el número 2.00054, el resultado tendrá…

a) Dos ceros después del 4. b) Tres cifras antes del punto decimal.

c) Ninguna cifra antes del punto decimal. d) Sólo tres cifras decimales.

4. ¿Con cuál cadena de operaciones se obtiene el mayor resultado?

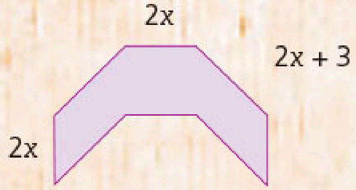
a) $0.5 + 2 \times 1.5 - 1$ b) $1 + 0.5 \times 2 - 1.5$

c) $1.5 + 0.5 \times 2 - 1$ d) $2 \times 1.5 + 1 - 0.5$

5. Determina cuál de las expresiones representa el perímetro de la figura.

a) $4(4x) + 3$ b) $8(4x + 3)$

c) $8x + 8x + 3$ d) $4(2x + 2x + 3)$



6. Se hace la copia a escala de un dibujo. Un segmento que en el original mide 12 cm, en la copia mide 5 cm. Si hay un segmento que mide 30 cm, ¿cuánto medirá en la copia?

a) 10 cm b) 10.5 cm c) 12 cm d) 12.5 cm

7. Juan tarda $\frac{1}{2}$ hora en caminar alrededor de un circuito que mide 2.5 kilómetros. Si conserva la misma velocidad, ¿cuánto tardará en caminar 11 kilómetros?

a) 2 horas b) 2 horas 2 minutos c) 2 horas 12 minutos d) 2 horas 20 minutos

8. Al resolver la ecuación $a + 5 = 13$, ¿cuál es el valor de la incógnita?

a) 2.6 b) 8 c) 18 d) 65

9. Una compañía telefónica cobra $2.50 por el primer minuto de llamada y 50 centavos por cada minuto. ¿Qué expresión algebraica permite calcular el costo de la llamada (y) en función del tiempo (x)?

a) $y = 2.5x + 0.50$ b) $y = 0.5x + 2.5$ c) $y = (2.5x + 0.5)x$ d) $x = 0.5y + 2.5$

10. ¿Cuántas piezas forman la figura que ocupa la posición 3 de la siguiente sucesión?

Figura 1

Figura 2

Figura 3

Figura 4

a) 13 b) 10 c) 9 d) 8

11. ¿Con cuáles de las siguientes medidas no es posible construir un triángulo?

a) Medidas de ángulos: 116°, 39° y 15° b) Medidas de ángulos de 56°, 68° y 56°

c) Medidas de lados en mm: 40, 63 y 35 d) Medidas de lados en cm: 7.5, 9.8 y 2.2

12. Se muestra un reporte sobre el número de consultas diarias atendidas en los consultorios de un centro de salud.

Centro de salud

Consultorio	A	B	C	D	E	F
Núm. de consultas	35	32	28	32	33	29

¿Cuál es la media aritmética del número de consultas en el centro de salud?

a) 3 b) 28 c) 30.5 d) 31.5

13. Analiza las expresiones algebraicas y responde las preguntas.

a) $y = 3x + 2.5$ b) $y = 2x$ c) $y = 1.5x + 1$ d) $y = 2x + 2.5$

a) ¿Qué expresiones tienen gráficas con igual ordenada al origen? ___________

b) ¿Qué expresiones tienen gráficas con igual inclinación? __________________

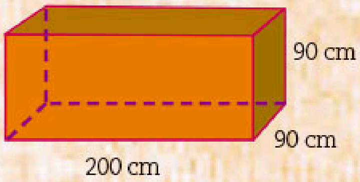
14. En una caja de plástico se van a acomodar paquetes de ate para su venta.

a) ¿Qué volumen ocupa la caja? __________

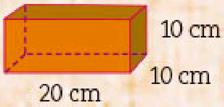
b) ¿Qué volumen ocupa un paquete de ate? ______________________________

c) ¿Cuántos paquetes de ate se transportan en la caja como máximo? __________

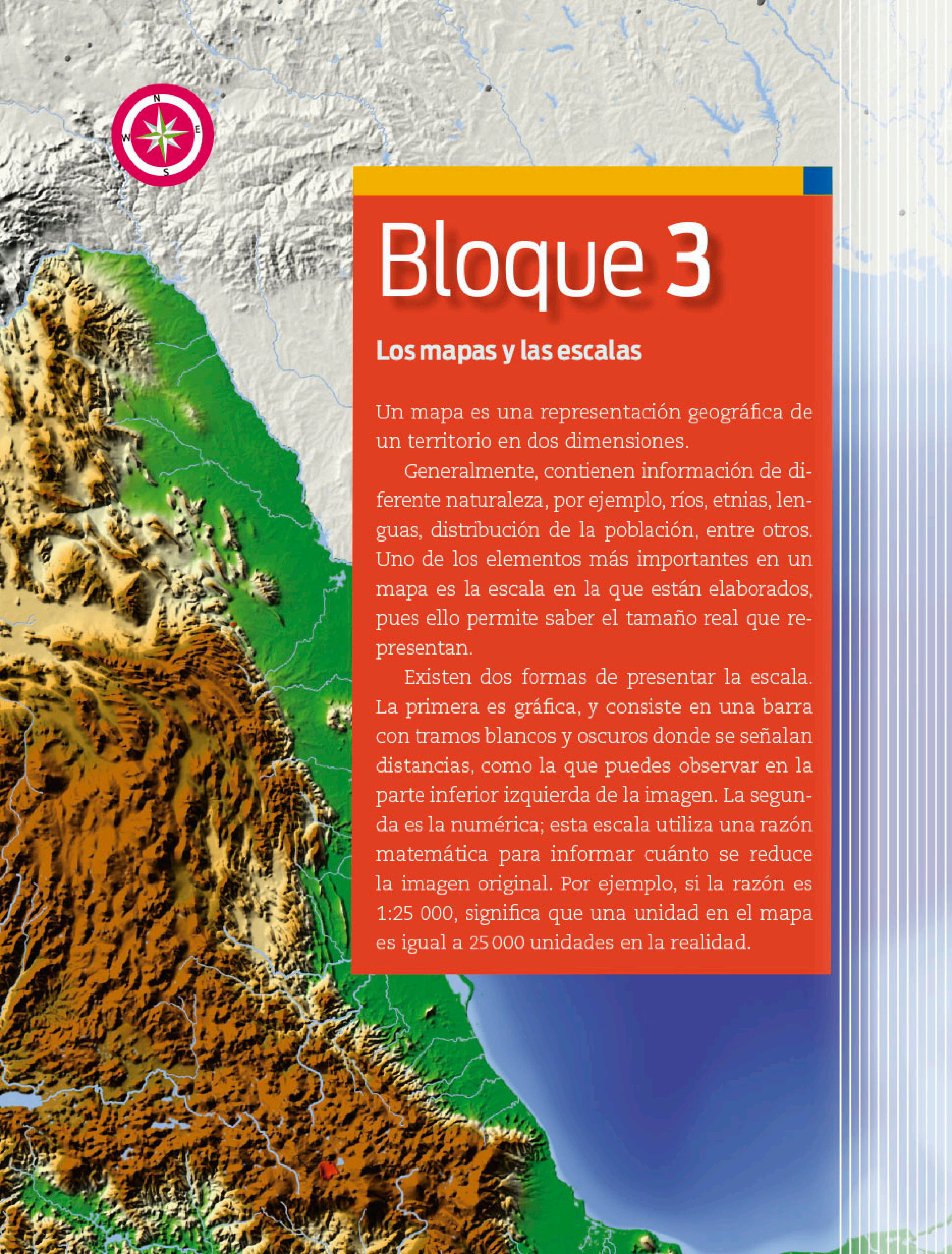
Caja



Paquete




1:14 900 000
0
149
298
447 km



Bloque 3

Los mapas y las escalas

Un mapa es una representación geográfica de un territorio en dos dimensiones.

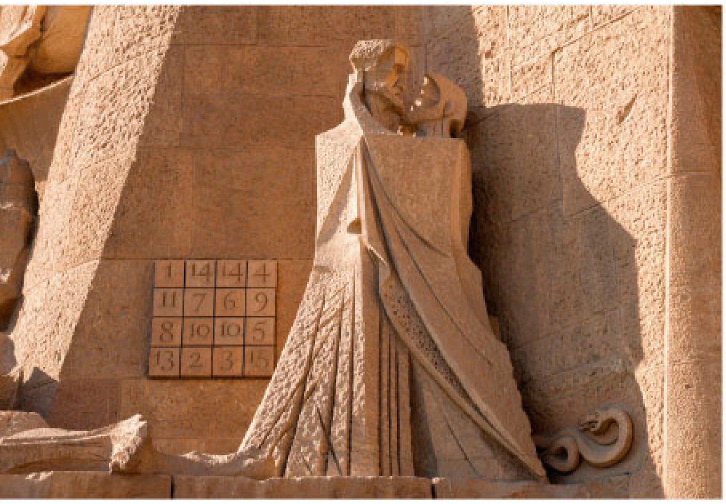
Generalmente, contienen información de diferente naturaleza, por ejemplo, ríos, etnias, lenguas, distribución de la población, entre otros. Uno de los elementos más importantes en un mapa es la escala en la que están elaborados, pues ello permite saber el tamaño real que representan.

Existen dos formas de presentar la escala. La primera es gráfica, y consiste en una barra con tramos blancos y oscuros donde se señalan distancias, como la que puedes observar en la parte inferior izquierda de la imagen. La segunda es la numérica; esta escala utiliza una razón matemática para informar cuánto se reduce la imagen original. Por ejemplo, si la razón es 1:25 000, significa que una unidad en el mapa es igual a 25 000 unidades en la realidad.

27. Fracciones y decimales positivos y negativos 2

Sesión 1

Para empezar



Retomemos los cuadrados mágicos. Recuerda que son arreglos de celdas con números que al ser sumados por renglón, columna o diagonal se obtiene el mismo resultado. Observa la ilustración. Corresponde a la fachada de uno de los monumentos históricos más bellos y famosos de la ciudad de Barcelona: el Templo de la Sagrada Familia. Si miras con cuidado, te darás cuenta que tiene grabado un cuadrado mágico. ¿Cuánto suman sus columnas, renglones y diagonales? Ahora te retamos a que resuelvas el siguiente cuadrado mágico. Puedes utilizar cualquier número entero de una cifra, incluyendo el 0, de tal forma que la suma de sus columnas, renglones y diagonales sea igual a –6. No puedes repetir ningún número.

	–2	
		1

La habilidad que desarrollas al resolver cuadrados mágicos como el anterior te servirá para resolver problemas de suma y resta de números positivos y negativos. En las sesiones siguientes resolverás problemas que impliquen sumar y restar este tipo de números.

Manos a la obra

Juegos con números

1. Reúnete con otro compañero para hacer esta actividad y la siguiente.
   Acomoden los siguientes números en el cuadrado mágico de manera que la suma sea $-\frac{3}{2}$.
   Los nueve números son:

   $-5,\ \frac{1}{2}, -7,\ \frac{12}{3}, -6, -0.5, -\frac{3}{2}, 6,\ \frac{20}{4}$

2. Comparen su cuadrado mágico con otra pareja. Verifiquen que las sumas de tres números en línea siempre den $-\frac{3}{2}$ y que no haya números repetidos. Pueden utilizar una calculadora para comprobar el resultado.

3. Trabaja de manera individual esta y la siguiente actividad. Responde las preguntas.

a) Si a un número x le sumo un negativo y el resultado es positivo, ¿qué signo debe tener x? ____

b) Si a un número x le sumo un positivo y el resultado es cero, ¿qué características debe tener x? ________________________________

c) Si a un número x le resto un negativo, ¿el valor de x aumenta o disminuye? ____

d) Si a un número x le sumo un negativo y el resultado es negativo, ¿qué signo tiene x? ____________________________________

4. Realiza las siguientes sumas en tu cuaderno, decide si usarás números de tipo fraccionario o decimal.

$\frac{2}{10} + 1.005 =$

$3 + 0.3 + \frac{4}{5} =$

$\left(-\frac{1}{10}\right) + (-0.35) + \left(\frac{1}{2}\right) =$

$(-4) + \left(\frac{5}{8}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right) =$

5. Forma un equipo para resolver las siguientes adivinanzas.

a) Pensé un número, le sumé -4.5 y obtuve 5.6. ¿Qué número pensé? ________

b) Pensé un número, le sumé $-\frac{2}{5}$ y obtuve -3.2. ¿Qué número pensé? ________

c) Pensé un número, le sumé $\frac{2}{3}$ y obtuve -3. ¿Qué número pensé? __________

d) Pensé un número, le resté -2.4 y obtuve -3.2. ¿Qué número pensé? ________

e) Pensé un número, le resté -2.6 y obtuve 4. ¿Qué número pensé? __________

6. En grupo y con apoyo del maestro revisen sus resultados. En cada caso escriban la operación y verifiquen que se obtiene el resultado que se indica. Discutan acerca del procedimiento que usaron para sumar números fraccionarios y decimales con signo.

7. Observen el recurso audiovisual *Uso de la calculadora para sumar números positivos y negativos* a fin de practicar el uso de esta herramienta.

Sesión
2

Temperaturas y calentamiento global

1. De manera individual, resuelve en tu cuaderno las operaciones siguientes; puedes expresar el resultado mediante fracciones o números decimales.

$\left(\frac{1}{4}\right) - (-0.4) =$

$(-14.8) - \left(\frac{3}{2}\right) =$

$(23.004) - \left(\frac{1}{50}\right) =$

$\left(-\frac{3}{25}\right) - (2.005) =$

2. En parejas resuelvan esta actividad y la siguiente.

Analicen la información que se muestra en la tabla y anoten la **variación** de cada día. Después haz lo que se te pide.

Glosario

Variación: es la distancia entre la temperatura más alta y la más baja. Por ejemplo, entre una temperatura de 5 °C y otra de -3 °C, hay una distancia de 8 °C.

Pronóstico del tiempo del 8 al 15 de enero en Chicago, EUA

Días	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Temperaturas máximas (°C)	3	3	8	12	−3	−5	−9
Temperaturas mínimas (°C)	−4	−1	−8	−4	−7	−14	−13
Variación (°C)							

a) ¿En qué días hubo mayor variación de la temperatura?

b) De las siguientes operaciones, subraya la que sirve para calcular la variación entre dos temperaturas diferentes.

$(-9) + (-13) =$ $(-13) - (-9) =$ $(-9) - (-13) =$

Vínculo con... Geografía

En los temas "Elementos y factores del clima" y "Distribución de climas en el mundo" viste la forma en que varía la temperatura de acuerdo con las regiones geográficas; los conocimientos adquiridos en estas sesiones son los utensilios matemáticos que necesitas para calcular esos cambios.

3. Analicen la información y respondan las preguntas.

El problema del calentamiento global se ha estudiado con detenimiento desde inicios del siglo XX. En la tabla siguiente se muestran las variaciones en promedio experimentadas cada 20 años en todo el planeta.

1900	1920	1940	1960	1980	2000
$\left(-\frac{3}{10}\right)$ °C	(−0.05) °C	$\left(+\frac{19}{50}\right)$ °C	(−0.1) °C	$\left(+\frac{11}{100}\right)$ °C	$\left(+\frac{3}{8}\right)$ °C

a) ¿Cuántos grados había variado la temperatura de 1900 hasta 1980?

Operación	Resultado

b) Si en la ciudad de Roma la temperatura promedio en 1960 fue de 18.3 °C, ¿cuál había sido la temperatura promedio en esa ciudad en 1940?

Planteamiento	Resultado

c) Si en una región de España, la temperatura promedio en 1940 fue de 13.1 °C, ¿cuál había sido la temperatura promedio en esa región en 1920?

Planteamiento	Resultado

d) En el estado de Aguascalientes, México, la temperatura promedio en 2000 fue de 17.5 °C. ¿Cuál fue la temperatura promedio en ese estado en 1960?

Planteamiento	Resultado

¿Aumentó o disminuyó? ____________________________

¿Qué signo corresponde al resultado?____________________________

4. Realicen una puesta en común para compartir los procedimientos y resultados. Corrijan lo que sea necesario.

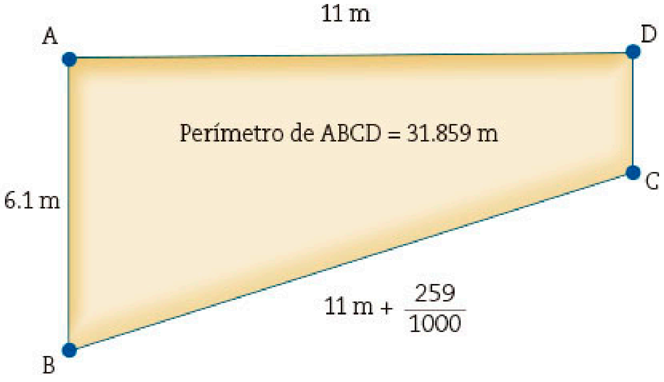
5. Observen el recurso audiovisual *Sumar y restar decimales y fracciones con signo* en el que se mostrarán distintas situaciones en las que se necesita hacer operaciones con los números decimales y fraccionarios con signo.

Sesión 3

Problemas diversos

1. Resuelve de manera individual este y los dos siguientes problemas.

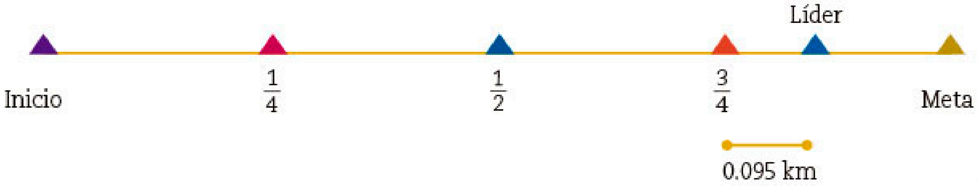
Se pondrá una reja en todo el perímetro del jardín ilustrado en la imagen.



a) ¿Cuál es la medida dada en fracción del lado CD? ____________________

b) ¿Cuál es la medida en número decimal del lado CD? ____________________

2. En una carrera de 1 km el líder aventaja por 0.095 km al segundo lugar, quien lleva $\frac{3}{4}$ de la carrera recorrida. ¿Qué distancia ha recorrido el líder?



3. Mi papá repartió un terreno entre mis dos hermanos y yo. Al mayor le tocaron $\frac{4}{8}$ del terreno, al de en medio, $\frac{1}{3}$.

a) ¿Qué parte del terreno me toca a mí? ____________________

b) Subrayen la operación con la que se resuelve el problema.

$\frac{4}{8} - \frac{1}{3} - 1$

$1 - \frac{4}{8} + \frac{1}{3}$

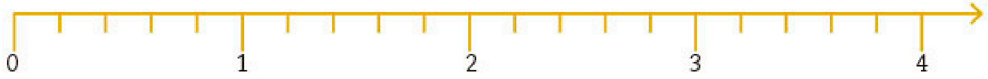
$\frac{4}{8} + \frac{1}{3} - 1$

$1 - \frac{4}{8} - \frac{1}{3}$

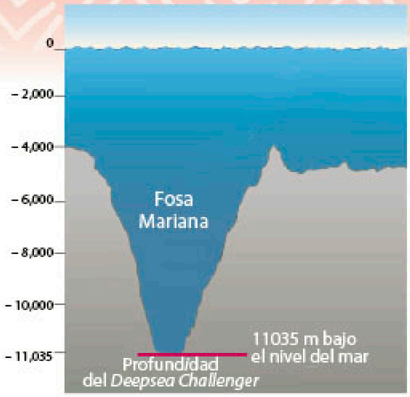
4. Forma un equipo para hacer las dos actividades siguientes.

Resuelvan la siguiente suma de fracciones con ayuda de la recta numérica. Marca con rojo el punto donde se ubica el resultado.

$$2\frac{1}{5} + \frac{7}{10} + \left(-1\frac{1}{5}\right) =$$



5. En las Islas Marianas del océano Pacífico se encuentra una fosa donde está el punto más profundo de la Tierra que se conoce hasta ahora. En 2012, James Cameron, director de cine canadiense, llegó al fondo de esta fosa con ayuda de un sumergible llamado *Deepsea Challenger*. Analicen la información de la tabla y contesten las preguntas.



Tiempo transcurrido (min)	15	25	55	105	120
Profundidad alcanzada (m)	−1 375.66	−2 292.34	−5 042.38	−9 625.71	−10 971

a) ¿Cuánto tiempo le llevó al sumergible llegar al fondo de la fosa? ___________

b) ¿A qué profundidad llegó al minuto 15? ___________

c) ¿Cuántos metros descendió del minuto 15 al minuto 25? ___________

d) ¿Cuál fue el periodo más largo? ¿Cuántos metros descendió durante ese periodo? ___________

6. Comparen en grupo sus procedimientos y resultados. En caso de haber diferencias, analicen con detenimiento los procedimientos usados y localicen el error.

7. Utilicen el recurso informático *Problemas complejos de suma y resta* para practicar lo aprendido.

8. En el portal de Telesecundaria encontrarás una referencia a una página web sobre la combinación de operaciones aritméticas con números naturales, decimales y fraccionarios.

Para terminar

En tu cuaderno, resuelve el problema, primero convirtiendo los datos de manera que sólo se utilicen fracciones. Después convierte todos los datos a números decimales para realizar las operaciones.

Mario y Juan tienen una empresa. Mario ha invertido $\frac{3}{8}$ de millón de pesos y Juan 0.453 millones de pesos. ¿Cuánto dinero tienen invertido entre los dos?

Describe el procedimiento usado con cada tipo de número y compara los resultados. ¿Son exactos o aproximados? Explica por qué.

28. Porcentajes 2

Sesión 1

Para empezar

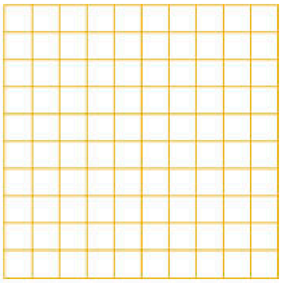
Para atender las necesidades sociales, todo gobierno necesita dinero, y la forma más directa de obtenerlo es mediante los impuestos. En México tenemos uno llamado Impuesto al Valor Agregado, al que conocemos como IVA, por sus siglas. Este impuesto al consumo se paga al comprar diversos artículos, pues ya viene incluido en el precio de varios de ellos.

En las sesiones anteriores calculaste el tanto por ciento de una cantidad usando como base el 50%, 25%, 10% y 1%. Ahora profundizarás en el estudio del tanto por ciento al aprender otras maneras de expresarlo (con fracciones o con decimales), a saber cómo calcular cualquier porcentaje y también a obtener cuánto cuesta determinado producto antes de que se le aplique el IVA. En nuestro país el IVA equivale al 16% del valor del producto. Si un producto cuesta $100.00 con el IVA incluido, ¿cuánto cuesta sin IVA?

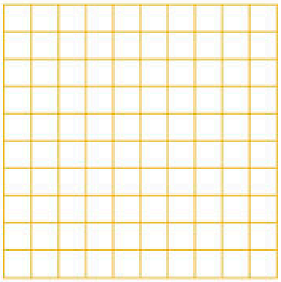
Manos a la obra

Con fracción o decimal

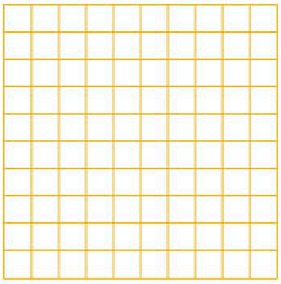
1. Haz las actividades 1 y 2 de manera individual.
En cada caso colorea lo que se indica y escribe el tanto por ciento, la fracción o el decimal correspondiente que falte.



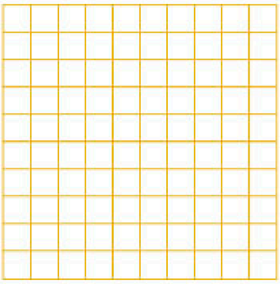
Tanto por ciento: 30%
Fracción: ____________
Decimal: ____________



Tanto por ciento: _______
Fracción: $\frac{70}{100} = \frac{7}{10}$
Decimal: ______________



Tanto por ciento: 83%
Fracción: ____________
Decimal: ____________



Tanto por ciento: ________
Fracción: ______________
Decimal: 0.45

2. Completa la tabla

Tanto por ciento	Fracción con denominador 100	Fracción simplificada	Número decimal
35%			
	$\frac{18}{100}$		
		$\frac{3}{4}$	
			0.8
90%			

3. En grupo, comparen sus respuestas. Propongan que se expresen en fracciones o decimales y encuentren el tanto por ciento equivalente. Después lean y analicen la siguiente información.

El tanto por ciento se refiere a tantos de cada 100, por lo que puede escribirse como una fracción con denominador 100 o como un número con punto decimal. Por ejemplo, *20%* puede escribirse:

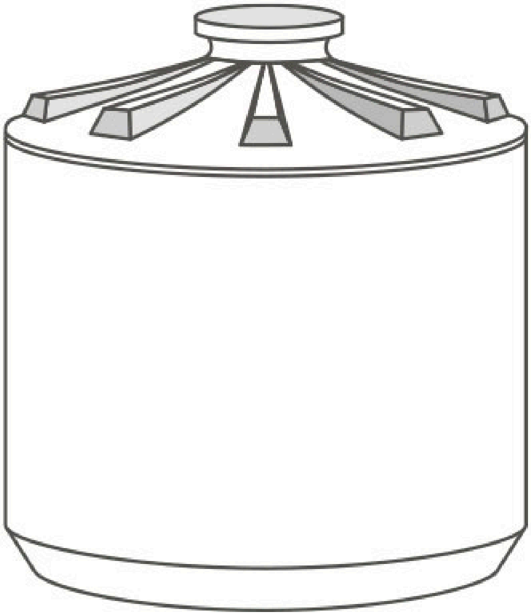
- Como la fracción $\frac{20}{100}$, la que al ser simplificada queda como $\frac{1}{5}$.
- Como el decimal 0.20, que es lo mismo que 0.2.

Sesión
2

De muchas maneras

1. Reúnete con un compañero y resuelvan las actividades 1 y 2. Un tinaco de 80 litros contiene agua al 65% de su capacidad.

a) El dibujo representa el tinaco, coloreen aproximadamente hasta dónde llega el agua.



b) ¿Cuántos litros de agua hay en el tinaco? ________________

2. En los siguientes incisos se muestra la forma en que varios alumnos resolvieron el problema anterior. Anoten las cantidades que corresponden a sus cálculos.

a) Martha lo hizo calculando porcentajes que conoce.

Procedimiento	Cantidad (L)
Calculó el 50% de 80	
Calculó el 10% de 80	
Calculó el 5% de 80	
Sumó los tres resultados	

b) Teresa lo hizo a partir del 1%.

Procedimiento	Cantidad (L)
Calculó el 1% de 80	
Multiplicó el resultado por 65	

c) Julio pensó que 65% es lo mismo que $\frac{65}{100}$ así que multiplicó 80 por $\frac{65}{100}$.

$80 \times \frac{65}{100} =$ ______________

d) Luis pensó que 65% es lo mismo que 0.65, así que multiplicó 80 por 0.65.

$80 \times 0.65 =$ ______________

e) Lulú hizo una regla de tres.

Litros	Tanto por ciento
80	100%
x	65%

Multiplicó en cruz y obtuvo: $100\mathbf{x} = (65)\,(80)$

Y resolvió la ecuación: $\mathbf{x} =$ ______________________________

3. De manera individual, resuelve lo siguiente, utilizando dos procedimientos distintos en cada caso.

85% de 120 = ________

16% de 94 = _________

4. Comparen sus respuestas en grupo. Comenten cuáles procedimientos eligieron en la actividad 2 y digan por qué.

5. Observen el recurso audiovisual *De muchas maneras* que muestra distintas maneras de obtener un porcentaje.

Sesión
3

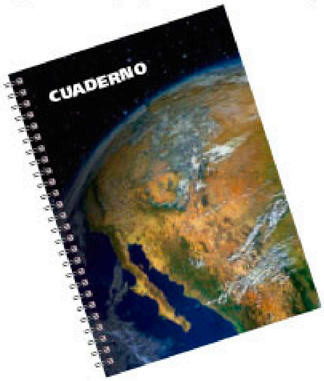
El precio con descuento y sin descuento

1. Forma un equipo para hacer esta actividad. En la papelería "La gomita" todos los cuadernos están con el 10% de descuento. Anoten el precio sin descuento, recuerden que el precio con descuento equivale al 90 % del precio original.

Con descuento: $135.00
Sin descuento: ______

Con descuento: $36.00
Sin descuento: ______

2. En grupo, comparen sus procedimientos para calcular el precio sin descuento, luego en equipo calculen el precio sin descuento de estos otros cuadernos.



Con descuento: $40.50
Sin descuento: ______

Con descuento: $90.00
Sin descuento: ______

Con descuento: $72.00
Sin descuento: ______

Con descuento: $58.50
Sin descuento: ______

3. Hagan nuevamente una puesta en común en el grupo para comparar sus procedimientos.

4. En equipo completen los procedimientos para calcular cuánto cuesta (sin descuento) el cuaderno rojo.

Procedimiento 1

a) Como $36.00 es el 90% del total, el 10% es la novena parte de 36, es decir $4.00.

b) Entonces el precio original es 36 + ______________ = __________________

Procedimiento 2

a) El precio con descuento es el 90% y el precio sin descuento es el 100%. ¿Por qué? ____

b) Anoten el tanto por ciento: el precio sin descuento es x.

Precio	Tanto por ciento (%)
36	
x	

c) Hagan los productos cruzados:

$90x$ = (_______) (________)

d) Resuelvan la ecuación:

x = ___________

5. Un producto cuesta $249.40 ya con el 16% de IVA incluido, calculen cuánto cuesta sin IVA.

6. Comenten con el grupo las respuestas, en particular comenten cómo completaron los procedimientos.

7. Observen el recurso audiovisual *Con el IVA incluido* para saber cómo calcular el IVA de cualquier producto o servicio.

Pastas de dientes

1. Reúnete con un compañero para llevar a cabo las actividades 1 a 4.
Calculen el tanto por ciento que dan de regalo en cada una de las pastas de dientes.

Contenido: 200 g
(160 g + 40 g de regalo)

Tanto por ciento de regalo: ___________

Contenido: 204 g
(170 g + 34 g de regalo)

Tanto por ciento de regalo: ___________

2. Hagan una puesta en común, comparen sus resultados y procedimientos con los de otras parejas. Después calculen el tanto por ciento que dan de regalo en cada una de las pastas:

Contenido: 300 g
(240 g + 60 g de regalo)

Tanto por ciento de regalo: ___________

Contenido: 180 g
(120 g + 60 g de regalo)

Tanto por ciento de regalo: ___________

Contenido: 119 g
(85 g + 34 g de regalo)

Tanto por ciento de regalo: ___________

a) ¿En cuál marca regalan más producto en relación con la cantidad inicial?

____

b) ¿Qué tanto por ciento representa en cada caso?

_______ _______ _______

c) ¿En cuál regalan el menor tanto por ciento en relación con la cantidad inicial?

____

d) ¿Qué tanto por ciento representa en cada caso?

_______ _______ _______

3. Realicen otra puesta en común para comparar sus resultados y procedimientos.

4. Completen la manera en que estos alumnos calcularon el tanto por ciento de la pasta "Adiós mal aliento".

a) Miriam calculó el 1% de 170, encontró que es ______, luego calculó cuántas veces cabe ese 1% en 34 y encontró que es ____________

b) Irene estableció una regla de tres.

Gramos	Tanto por ciento (%)
170	100
34	x

Hizo los productos cruzados:

170 x = (_______) (_______)

Resolvió la ecuación: **x** =

c) Laura dividió 34 entre 170, obtuvo el decimal _______, luego lo expresó como tanto por ciento: ____________

5. De acuerdo con el dato interesante, ¿qué tanto por ciento de los mexicanos tiene problemas de salud bucal si consideramos que la población es de 120 millones de personas? ____________

Dato interesante

Ocho de cada diez mexicanos tienen problemas dentales.

6. Arturo contestó correctamente 72 preguntas de un examen de 90, ¿qué tanto por ciento contestó bien? _______

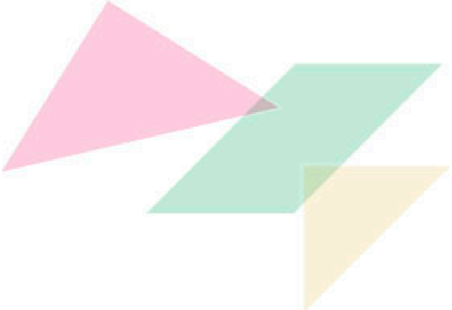
7. Comparen sus resultados con los de otros compañeros. Si sus respuestas difieren, averigüen por qué y, si es necesario, corrijan.

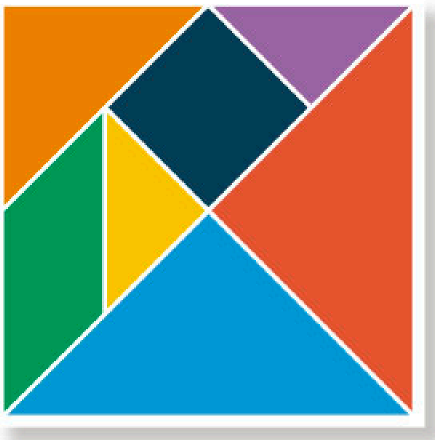
8. Observen el recurso audiovisual *¿Qué tanto por ciento es...?* donde se muestran diversas situaciones en las que es necesario conocer un porcentaje.

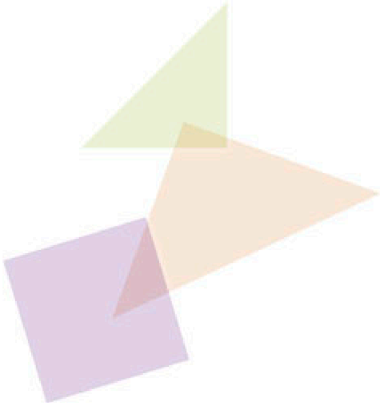
Sesión 5

¡A practicar porcentajes!

1. Resuelve de manera individual esta actividad y la siguiente.
Si todo el tangram es el 100 %, anota dentro de cada figura el tanto por ciento que le corresponde.







2. Calcula el precio sin IVA de las prendas.

Precio sin IVA: $__________

Precio sin IVA: $__________

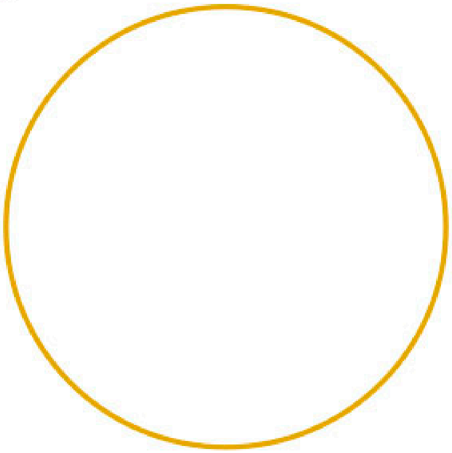
3. Reúnete con un compañero para hacer las restantes actividades de la sesión.
Anoten el tanto por ciento de asistencia de cada grupo.

1°A
Alumnos: 40
Asistieron: 30
Asistió ________________ %

1°B
Alumnos: 45
Asistieron: 35
Asistió ________________ %

1°C
Alumnos: 50
Asistieron: 40
Asistió ________________%

4. Coloreen el círculo de acuerdo con lo siguiente: 50% de rojo, 20% de azul, 15% de amarillo y 15% de verde.



5. Completen la tabla.

Cantidad base	Tanto por ciento que aumenta o disminuye	Resultado
120	Menos el 50%	
90	Más el 150%	
	Menos el 25%	300
	Más el 125%	450
200		550
250		750

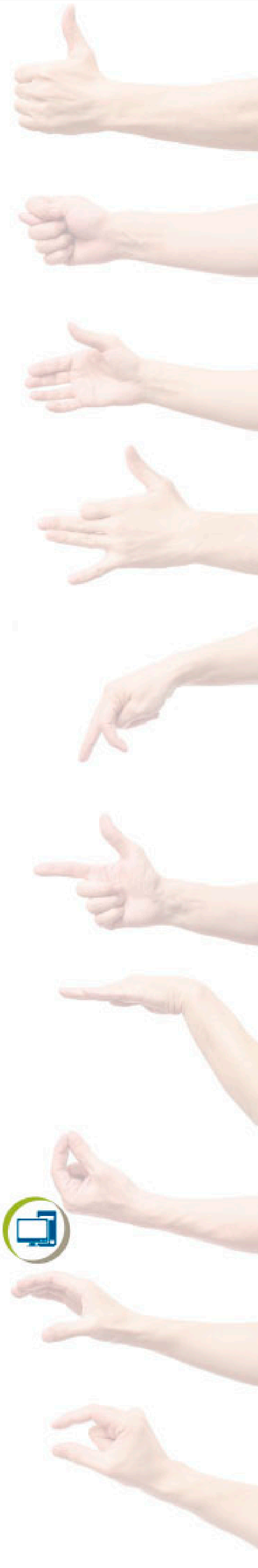
6. En grupo, comparen sus resultados y comenten los procedimientos que siguieron para llegar a ellos. Si es necesario, corríjanlos.

7. Utilicen el recurso informático *Más de porcentajes* para practicar su aplicación en diversas situaciones.

Para terminar

Un producto cuesta $371.20 ya con el IVA incluido, ¿cuánto cuesta sin IVA? Explica cómo lo calculaste.

Si divides un precio con IVA entre 1.16, ¿qué obtienes? Explícalo en tu cuaderno.



29. Variación lineal 2

Sesión 1

Para empezar

Juan trabaja en una empresa donde gana $3 000.00 al mes, más una comisión de $10.00 por cada $100.00 de venta. ¿Cuánto ganará en un mes si sus ventas fueron de $5 000.00? ¿Y si vendió $8 000.00? ¿Cómo calcularías su sueldo total con cualquier cantidad de ventas?

En estas sesiones aprenderás a resolver problemas como el anterior, a expresar relaciones usando literales, a graficarlas y a identificar la razón de cambio.

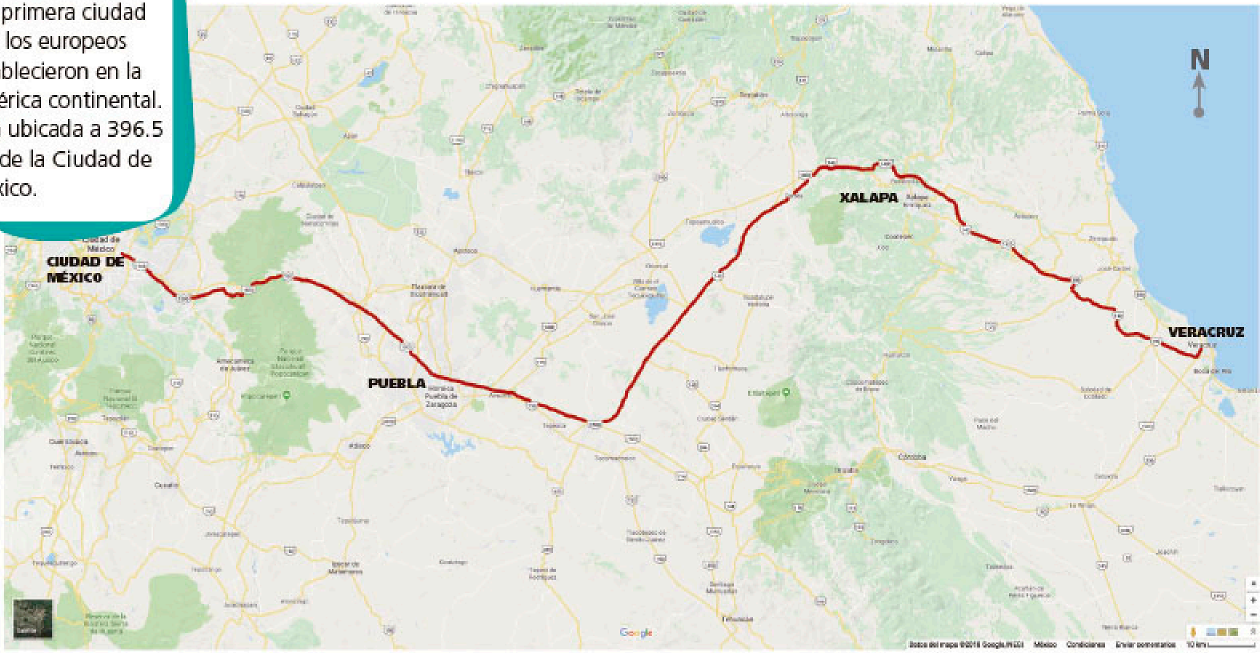
Dato interesante

El 22 de abril de 1519, los españoles Hernán Cortés, Francisco de Montejo y Alonso Hernández de Portocarrero fundaron la ciudad y el puerto de Veracruz, por lo que se le considera como el primer municipio y la primera ciudad que los europeos establecieron en la América continental. Está ubicada a 396.5 km de la Ciudad de México.

Manos a la obra

Viaje con rendimiento

1. Reúnete con un compañero para hacer esta actividad y la que sigue.
   Don Julián viajará en su camión desde el Puerto de Veracruz a la Ciudad de México, pasando por Xalapa y Puebla.



Su camión consumió 3 L de gasolina en una distancia de 42 km; luego recorrió 70 km y consumió 5 L. Completen la tabla.

	Veracruz-Xalapa	**Xalapa-Puebla**	**Puebla-CDMX**	**Total**
Distancia (km)	105	175		
Cantidad de gasolina (L)			9.5	
$\frac{\text{Distancia (km)}}{\text{Cantidad de gasolina (L)}}$	14			

2. La relación entre la distancia en kilómetros que recorre un vehículo por cada litro de combustible que consume se llama rendimiento, esta relación o **razón** se representa con la expresión $\frac{\text{km}}{\text{L}}$.

a) ¿Cuál es el rendimiento del camión? ____________________

b) Escriban la expresión algebraica que relaciona la distancia recorrida con el consumo de gasolina. Consideren y como la distancia y x como la cantidad de gasolina. ____________________

c) Completen la tabla.

y (km)	0		28			84		
x (L)		1		3	4		8	10

3. Comparen sus resultados en grupo. Si sus respuestas difieren, investiguen por qué. Después analicen y comenten la siguiente información.

Una **razón** es el cociente de dos cantidades, esto es, una comparación entre dos cantidades.
Por ejemplo, si en un grupo hay 30 mujeres y 15 hombres, decimos que la razón del número de mujeres respecto al número de hombres es "30 a 15", lo cual puede escribirse como $\frac{30}{15}$.
Si en una relación de variación entre dos cantidades x y y, la razón de una cantidad a la otra es constante, esto es $\frac{y}{x} = a$, decimos que la relación es de *variación lineal* y puede representarse de la siguiente forma: $y = ax$ donde a es la razón de cambio.

Vínculo con... Geografía

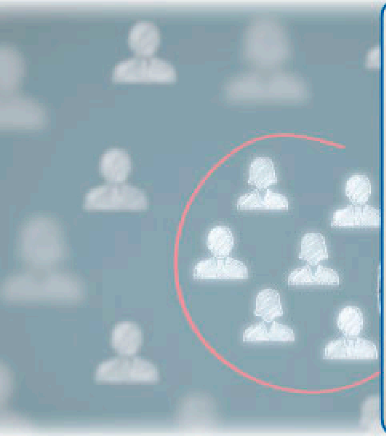
Con las herramientas matemáticas que adquirirás en estas sesiones, podrás calcular el tiempo de un recorrido cuando conoces la distancia y velocidad de un objeto, lo cual te ayudará a entender mejor lo que estudiaste en el tema "Representaciones del espacio geográfico".

Sesión
2

Plan de ventas

1. Forma un equipo para hacer esta actividad y la siguiente.

Una tienda publicó un aviso para contratar vendedores de sus nuevos productos:



OPORTUNIDAD DE TRABAJO

¿Tienes actitud emprendedora? ¡Ven con nosotros!

Estamos contratando personas para venta por catálogo nueva línea de cosméticos.

Plan de ventas A.	Plan de ventas B.
$4.00 por cada artículo vendido.	$2.00 por cada artículo vendido y $50.00 de sueldo base semanal.

Tel: 0000-0000 Redes sociales: info_contrata y @info_contrata

a) ¿Qué plan de ventas conviene elegir? ________________

b) Expliquen por qué. ________________

2. Realicen lo que se indica y respondan las preguntas.

a) Completen la tabla.

Artículos vendidos	0	5	10	15	20	25		
Plan de ventas A ($)		20		60		100		
Plan de ventas B ($)	50			80	90		110	120

b) ¿Cuántos artículos hay que vender para que el plan B convenga más? ________

c) ¿Y para que convenga más el A? ________________

d) En los planes de ventas A y B, ¿la relación entre el número de artículos vendidos y el pago es de variación lineal? Expliquen por qué. ________________

e) Completen la tabla. Representen con y el pago y con x la cantidad de artículos vendidos.

	Plan de ventas A	**Plan de ventas B**
Razón de cambio		
Expresión algebraica		

3. Comparen sus procedimientos y respuestas con su grupo; si son distintas, averigüen por qué y lleguen a acuerdos, luego analicen la siguiente información.

Una expresión algebraica de la forma $y = ax$ representa una variación lineal proporcional e indica que para calcular los valores de y se debe multiplicar la razón de cambio a por los valores de x.

Por ejemplo, en el problema de los planes de ventas, $y = 4x$ indica que para calcular el pago (y) se multiplica 4 (razón de cambio) por la cantidad de artículos vendidos (x).

Una expresión algebraica de la forma $y = ax + b$ representa una variación lineal no proporcional e indica que para calcular los valores de y, se debe multiplicar la razón de cambio a por los valores de x y sumar el valor de b al producto. Por ejemplo, $y = 2x + 50$ indica que para calcular el pago (y) se multiplica 2 (razón de cambio) por la cantidad de artículos vendidos (x) y se suma 50 (sueldo base).

En los dos casos anteriores, decimos que y está en función de x y que hay una relación funcional entre ambas cantidades.

4. Observen el recurso audiovisual *Expresiones algebraicas de relaciones funcionales* en el que se profundizará más el concepto de relación funcional.

Sesión 3

Café cortado

Dato interesante

El quintal es una medida utilizada para pesar diferente tipo de cosechas.

Un quintal de café cereza equivale a 250 kg.

1. Forma un equipo para realizar esta actividad y la que sigue.

Andrea es cortadora de café en cereza, es decir, del fruto del cafeto, y recibió un pago de $37.50 por 2.5 kg de café que recolectó. Su hermano recolectó 4.2 kg y recibió un pago de $63.00.

a) ¿Cuánto recibirán de pago si entre los dos recolectan un cuarto de quintal de café en cereza? ______

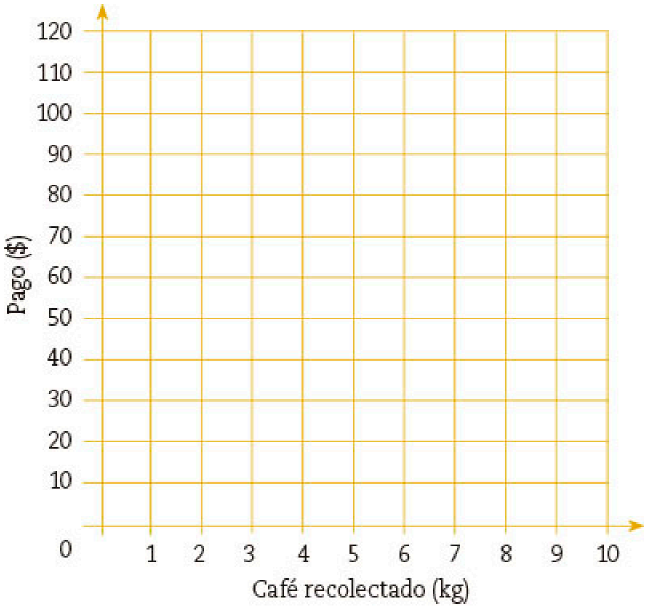
b) ¿Cuál es el valor de la razón de cambio del pago y la cantidad de café recolectado? ______

c) ¿Qué operación hay que hacer para calcular el pago? ______

d) Escriban la expresión algebraica que relaciona y (el pago en pesos) con x (cantidad de café recolectado en kilogramos). ______

e) Completen la tabla y construyan la gráfica correspondiente.

Café recolectado (kg) x	Pago ($) y
0	0
1	
2	
4	
5	
8	



f) Analicen la gráfica que construyeron. ¿Cumple con las características enunciadas en el recuadro de la página siguiente? Expliquen la respuesta. ______

______

______

g) ¿La relación entre el pago y la cantidad de café recolectado es de variación lineal? Justifiquen su respuesta. ______

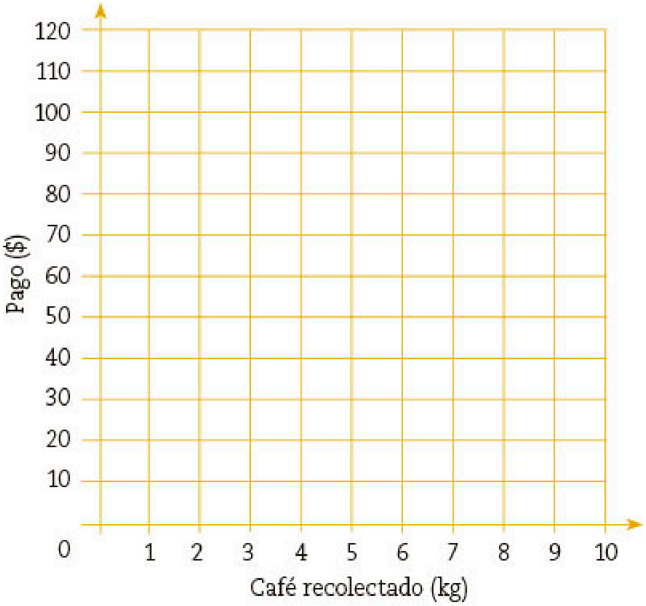
______

______

______

2. Si la razón de cambio entre el pago y la cantidad de café fuera igual a 10, anoten la expresión algebraica que relaciona ambas cantidades y tracen la gráfica correspondiente. ____

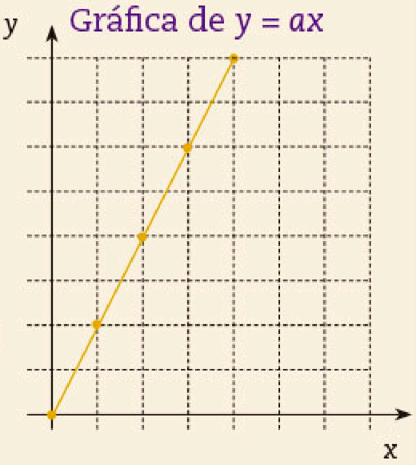
____



3. Comparen en grupo sus respuestas; después, analicen la siguiente información.

La gráfica asociada a la expresión $y = ax$, son puntos que están sobre una línea recta, por ello decimos que este tipo de relaciones funcionales son de **variación lineal**. En este caso, además, la línea pasa por el origen de las coordenadas.

La razón de cambio a es una cantidad constante definida como el cociente $\frac{y}{x} = a$. A la **razón de cambio a** también se le llama **pendiente** de la recta. Dicha razón de cambio indica cómo cambia una variable en función del cambio en la otra.



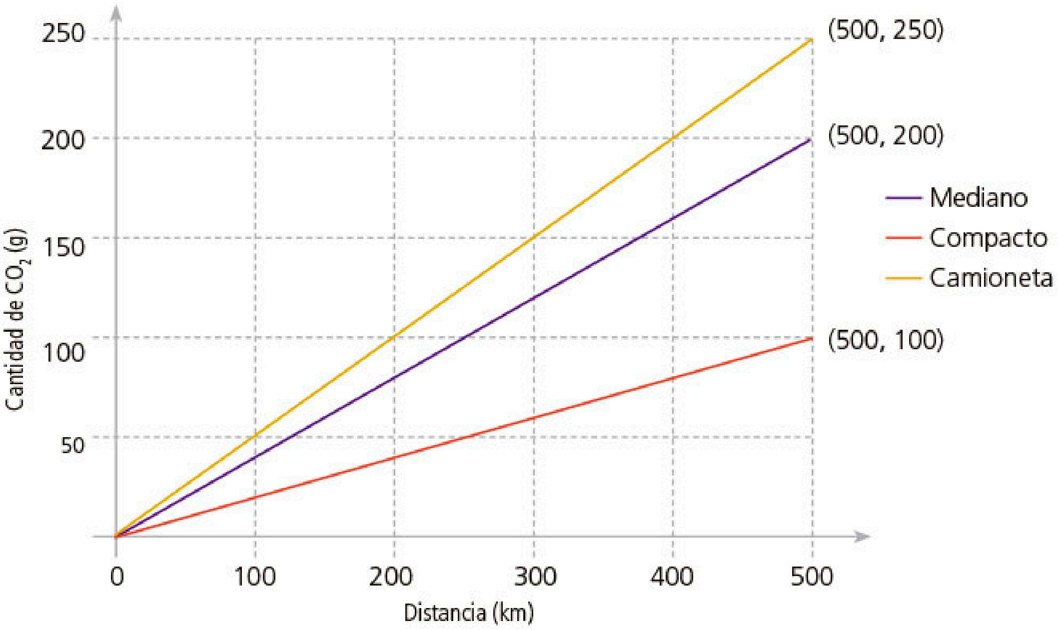
4. Observen el recurso audiovisual *Gráficas de relaciones funcionales* en el que se trata con mayor profundidad la información anterior.

Sesión 4

Automóviles contaminantes

1. Forma un equipo para hacer todas las actividades de esta sesión.

Los automóviles son agentes de contaminación del medio ambiente, debido a las altas cantidades de dióxido de carbono (CO_2) que emiten al quemar combustible. Un coche en marcha emite una cantidad de CO_2 proporcional a cada kilómetro que recorre. Las gráficas en el plano cartesiano muestran la relación de la cantidad de CO_2 (en gramos) emitida por tres automóviles al recorrer cierta distancia (en kilómetros). Analicen las gráficas y contesten.



a) ¿Qué automóvil contamina más? ______________________

b) ¿Qué automóvil contamina menos? _____________

2. Analicen los datos de la gráfica anterior y completen la tabla.

Distancia (km)	Cantidad de CO_2 emitida (g)		
	Compacto	Mediano	Camioneta
1			0.5
100			
200		80	
300	60		
400			
500	100		

3. Representen con y la cantidad de CO_2 emitida y con x la distancia recorrida. Completen la tabla con la razón de cambio y la expresión algebraica para cada automóvil.

	Razón de cambio	Expresión algebraica
Compacto		
Mediano		
Camioneta		

4. Analicen las respuestas de la tabla y contesten.

a) ¿Qué expresión tiene la mayor razón de cambio? ______________________

b) ¿Qué expresión tiene la menor razón de cambio? ______________________

c) ¿Qué gráfica tiene la inclinación con mayor elevación? ________________

d) ¿Qué gráfica tiene la inclinación con menor elevación? ________________

e) ¿Qué relación hay entre la razón de cambio y la inclinación de la recta correspondiente? ____________________________________

5. Comenten en grupo cómo identificaron los vehículos que son más y menos contaminantes; si es necesario, corríjanlo.

6. Observen el recurso audiovisual *Puntos que informan* para conocer mejor cómo interpretar información contenida en las gráficas.

Costos por envío

Sesión 5

1. Resuelve individualmente esta actividad y la siguiente.
Luisa enviará una caja con medicamentos y víveres a un hospital comunitario de una localidad lejana. Para ello, revisa los costos de tres empresas de servicio de paquetería:

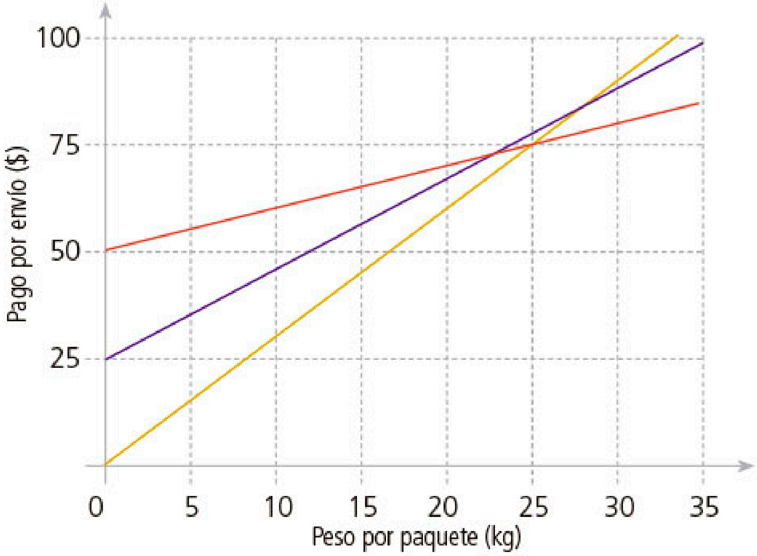
Envia-2: $1.00 por kilogramo de peso del paquete, más $50.00 de tarifa base.
PaqueTx: $3.00 por kilogramo de peso del paquete.
Llevapack: $2.00 por kilogramo de peso del paquete, más $25.00 de tarifa base.

a) ¿Qué empresa le conviene más para enviar la caja? ____________________

b) Explica cómo obtuviste la respuesta. ______________________________

____

2. La gráfica muestra la relación del pago por envío (en pesos) y el peso por paquete (en kg), correspondientes a las tres empresas de servicio de paquetería.



a) Identifica la gráfica que representa a cada empresa y completa la tabla. Representa con *x* el peso por paquete y con *y* el pago por envío.

Empresa	Color de su gráfica	Expresión algebraica
Envia-2		
PaqueTx		
Llevapack		

b) ¿Qué empresa conviene más para enviar paquetes con poco peso? __________

c) ¿Cuál conviene más para enviar paquetes con mucho peso? ______________

3. Comenta con tu grupo cómo puede obtenerse la expresión algebraica a partir de la gráfica asociada a una relación lineal entre dos conjuntos de cantidades. Al terminar analicen la información para posteriormente resolver de manera individual la última actividad.

La expresión algebraica asociada a una relación de variación lineal entre dos conjuntos de cantidades x y y, tiene los siguientes elementos:

- La razón de cambio, representada por a, definida como el cociente de y entre x.

- La ordenada al origen, representada por b, definida como el valor de la ordenada donde la recta interseca al eje vertical; esto es, el valor de y cuando x es igual a 0.

Con estos datos, la expresión algebraica se escribe:

$$y = (\text{razón de cambio})\, x + (\text{ordenada al origen})$$

De manera convencional, la expresión tiene la forma $y = ax + b$.

4. Completa la tabla.

Expresión algebraica	Razón de cambio	Ordenada al origen
$z = 0.15 + 5.3t$		
$y = 10x$		
$5x + 15 = y$		
$c = d + (-1)$		

5. Observen el recurso audiovisual *Comparación de gráficas* para completar la información acerca de cómo comparar gráficas de relaciones de variación lineal.

6. Utilicen el recurso informático *Gráficas de variación lineal* para practicar la obtención de expresiones de la forma $y = ax$ a partir de la gráfica.

7. En el portal de Telesecundaria encontrarás una referencia a una página web sobre gráficas de variación lineal.

Para terminar

Analiza las expresiones algebraicas:

$y = 4x$ $\qquad$ $y = \frac{3}{4}x$ $\qquad$ $y = 5.6x$

a) Traza en una hoja cuadriculada la gráfica de cada una de las expresiones, usando un solo plano cartesiano para las tres gráficas.

b) ¿Cuál tiene la menor inclinación?

c) ¿Cuál tiene la mayor inclinación?

d) ¿Cuál es la ordenada al origen de cada gráfica?

e) Escribe cómo obtuviste la respuesta.

30. Ecuaciones 3

Sesión 1

Para empezar

Robert Recorde

Una ecuación nos dice que dos operaciones, aparentemente diferentes, tienen la misma respuesta. La clave de este hecho es el signo igual (=), el cual fue inventado por el matemático inglés Robert Recorde en el año de 1557.

Recorde utilizó este símbolo para evitar escribir las palabras "es igual a" y la razón que dio para usar dos líneas paralelas es que "no hay dos cosas que puedan ser más iguales". Posteriormente, en 1591, el matemático francés François Viète desarrolló una notación algebraica en la que se representan las incógnitas con vocales (a, e, i, o, u) y a los valores constantes con consonantes.

En estas sesiones ampliarás tus conocimientos al plantear y resolver ecuaciones de las formas $ax + b = c$ y $ax + b = cx + d$. Te darás cuenta de que una ecuación sólo es cierta para un determinado valor de la incógnita y conocerás otras técnicas para resolver este tipo de ecuaciones.

François Viète

Manos a la obra

¿Cuánto vale el término que contiene *x*?

1. Trabaja en equipo éste y el siguiente problema.
Doña Rosita compró 5 tamales y un atole de \$10.00. Si en total pagó \$50.00, ¿cuánto costó cada tamal?
   a) ¿Cuál de las ecuaciones corresponde al problema planteado? Subráyenla.

$$5 + x + 10 = 50 \qquad 5x + 10 = 50 \qquad \frac{5}{x} + 10 = 50$$

   b) ¿Cuánto debe valer x en la expresión que corresponde al problema? ________
   c) ¿Cuánto cuesta un tamal? ________________________

2. Una maestra organizó a su grupo en cuatro equipos, tres con el mismo número de integrantes y uno con los 8 alumnos restantes; si la maestra tiene 29 alumnos en total, ¿cuántos estudiantes son en cada equipo? ________________

a) Subrayen la ecuación que corresponda al problema planteado.

$\frac{x}{3} + 8 = 29$ $\frac{3}{x} + 8 = 29$ $3x + 8 = 29$

b) ¿Cuánto vale x en la ecuación que expresa al problema? ________________

c) ¿Cuántos integrantes tiene cada uno de los tres equipos? ________________

3. Trabaja individualmente esta actividad.

A cada ecuación le corresponde una solución; resuelve cuál es y anota la letra en el paréntesis.

Ecuación	**Solución**
( ) $8x + 5 = 21$	a) $x = 5$
( ) $3x - 17 = 13$	b) $x = 3$
( ) $-27 = -11x + 6$	c) $x = 20$
( ) $\frac{1}{2}x + 5 = 15$	d) $x = 25$
( ) $-38 = -12x + 10$	e) $x = 10$
( ) $1.5x - 4 = 8$	f) $x = 8$
( ) $\frac{x}{5} + 13 = 18$	g) $x = 2$
( ) $-26 = -7x + 9$	h) $x = 4$

4. Comparen sus respuestas en grupo, discutan los casos en los que no coincidieron. Después analicen la información.

Las ecuaciones lineales son ciertas sólo para un valor determinado, este valor satisface la ecuación y, por lo tanto, es la solución.

Otra manera de resolver las ecuaciones de la forma $ax + b = c$, además del "camino de regreso", es la que consiste en averiguar el valor del término que contiene a x.

Por ejemplo, en la ecuación $4x + 7 = 31$, el término $4x$ debe valer 24, puesto que $24 + 7 = 31$, entonces, si $4x = 24$, ¿cuánto vale x? ¿Qué número multiplicado por 4 da 24?

Amplificar para simplificar

Sesión 2

1. Analicen y anoten si las igualdades son verdaderas (V) o no (F). No utilicen calculadora.

a) 28 (24) = 42 (12) ____________ b) 35 (21) = 14 (25) ____________

c) 26 (15) = 13 (30) ____________ d) 45 (20) = 15 (60) ____________

2. Anoten el número que falta para que la igualdad sea verdadera.

a) $1 + 2 + 3 + 4 = 7 + \_\_\_\_\_$

b) $43 + \_\_\_\_\_ = 57 + 11$

c) $\_\_\_\_\_ + 67 = 50 + 31$

d) $40 + 33 = \_\_\_\_\_ + 20$

3. Analicen la siguiente técnica para averiguar si la igualdad es verdadera. Después hagan lo que se indica.

$$(3)\ 28\ (24) = 42\ (12)\ (4)$$

$$(2)\ (3)\ \cancel{(4)}\ \cancel{(7)}\ \cancel{(12)} = \cancel{(7)}\ \cancel{(4)}\ \cancel{(12)}\ (6)$$

$$6 = 6$$

a) ¿En qué consiste la técnica? ____

b) ¿A qué conclusión podrían llegar? ______________________________________

4. Utilicen la técnica anterior para determinar si es verdadera la igualdad.

$$48\ (17) = 34\ (36)$$

5. Obtengan el número que falta para que la igualdad se cumpla.

$$\_\_\_\_\_ + 67 = 50 + 31$$

$$\_\_\_\_\_ + 50 + 17 = 50 + 17 + 14$$

6. Usen la técnica anterior para averiguar qué número falta en la igualdad.

$$38 + \_\_\_\_\_ = 43 + 22$$

7. Determina de manera individual, utilizando la técnica anterior, si las ecuaciones se satisfacen.

$\frac{1}{4}x + 9 = \frac{1}{2}x + 8$	$10g - 5 = 8g + 7$	$5h + 8 = 4h + 13$
$9k + 15 = 5k + 23$	$8x - 15 = 6x + 7$	$3.5b + 8 = 6b - 4.5$
$4e - 14 = 3e + 11$	$2y + 6.5 = 1.5y + 10$	$7t - 25 = 4t + 14$

8. En grupo, comparen sus respuestas. En los casos en que no coincidan, identifiquen los errores y corrijan.

9. Observen el recurso audiovisual *Resolución de ecuaciones* con el fin de consolidar el estudio de la técnica de resolución que acaban de ver.

Más ecuaciones

1. Trabaja individualmente la siguiente situación.

Doña Mago compró 3 kg de chiles verdes y \$11.00 de tomate en una tienda. En otra tienda compró 2 kg de chiles verdes y \$24.00 de cebolla. Si en cada tienda pagó la misma cantidad de dinero y el precio de cada kilogramo de chile verde fue el mismo en ambas tiendas, ¿cuánto costó un kilogramo de chile?

a) Subraya la ecuación que representa el problema.

$3 + x + 11 = 2 + x + 24$ $\qquad$ $\frac{3}{x} + 11 = \frac{2}{x} + + 24$ $\qquad$ $3x + 11 = 2x + 24$

b) Resuelve la ecuación que subrayaste. ______________

c) ¿Cuánto costó el kilogramo de chile? ______________

d) ¿Cuánto pagó en cada tienda? ____________________

e) ¿Cuánto pagó en total? __________________________

2. En equipo, resuelvan esta actividad y la siguiente. Determinen si, con el valor de la incógnita indicada, la igualdad es verdadera o falsa.

		v	f
$6a - 2 = 4a + 12$	Si $a = 7$		
$7w - 18 = 5w + 8$	Si $w = 15$		
$4e + 5 = 2e + 9$	Si $e = 4$		
$6r = 5r + 16$	Si $r = 16$		
$6t + 8 = 5t + 17$	Si $t = 11$		
$5y - 3.5 = 4y + 5.5$	Si $y = 8$		

		v	f
$7u + 2 = 5u + 26$	Si $u = 12$		
$12p = 7p + 20$	Si $p = 6$		
$13d - 28 = 8 + 12$	Si $d = 4$		
$2.5f - 5 = 1.5f + 10$	Si $f = 15$		
$\frac{5}{6}y = \frac{1}{2}y + \frac{2}{3}$	Si $y = 2$		

3. Analicen el ejemplo y verifiquen la solución de las ecuaciones anteriores.

$8x + 4 = 5x + 13$	Comprobación
$5x + 3x + 4 = 5x + 4 + 9$	$8x + 4 = 5x + 13$
$3x = 9$	$8(3) + 4 = 5(3) + 13$
$x = \frac{9}{3}$	$24 + 4 = 15 + 13$
$x = 3$	$28 = 28$

4. Comparen las respuestas que dieron a las actividades anteriores; en caso de que no coincidan, analicen y corrijan si es necesario.

¿Qué significa despejar la incógnita?

Sesión 4

1. Haz individualmente ésta y las tres actividades siguientes. Plantea una ecuación, resuélvela en tu cuaderno utilizando el método de la balanza y responde las preguntas que se presentan.

Mario y Pedro tienen igual cantidad de canicas. Mario tiene cinco bolsas llenas y 13 canicas sueltas; a Pedro le faltan 12 canicas para tener seis bolsas llenas. A todas las bolsas les cabe la misma cantidad de canicas.

a) ¿Cuántas canicas tiene cada uno? ______________________

____

b) ¿Cuántas canicas le caben a cada bolsa?______________________

2. Mateo y Luis trabajaron la misma cantidad de horas en una obra; Mateo trabajó cuatro jornadas, menos cinco horas; mientras que Luis trabajó tres jornadas, más dos horas.

a) ¿Cuántas horas por día trabajó cada uno?______________________

____

b) ¿Cuántas horas en total trabajaron Mateo y Luis?______________________

____

3. Si multiplico un número por 4 y al resultado le sumo 5, obtengo lo mismo que si lo multiplico por 3 y al resultado le resto 7. ¿Qué número es? ______________________

a) Escribe la ecuación que representa el problema. ______________________

____

b) Resuelve la ecuación en tu cuaderno y verifica que se satisface con la solución encontrada.

4. Resuelve las ecuaciones en tu cuaderno y subraya la opción correcta.

a) $8m + 4 = 5m + 13$

$m = 2$ $m = 3$ $m = 4$ $m = 12$

b) $5j - 7 = 4j + 2$

$j = -9$ $j = 9$ $j = 10$ $j = 11$

c) $25b - 10 = 21b + 18$

$b = 4$ $b = 6$ $b = 7$ $b = 8$

d) $8y - 7.5 = 6.5y + 9$

$y = 5$ $\quad$ $y = 7$ $\quad$ $y = 9$ $\quad$ $y = 11$

e) $17x - 8 = 11x + 16$

$x = 1$ $\quad$ $x = 4$ $\quad$ $x = 7$ $\quad$ $x = 24$

5. Comparen sus resultados en grupo y corrijan en caso de ser necesario. Luego, analicen la siguiente información.

Otra manera de resolver ecuaciones de la forma $ax + b = cx + d$ es mediante la técnica de la balanza. Con esta técnica se trata de simplificar la ecuación, pero sin descomponer los términos. Por ejemplo, para resolver la ecuación: $4g - 7 = 2g + 23$, se hace lo siguiente.

¿Qué tenemos?	¿Qué queremos?	¿Cómo le hacemos?	¿Qué obtenemos?
1) $4g - 7 = 2g + 23$	Eliminar $2g$ del segundo miembro.	Sumamos $-2g$ en ambos miembros. $4g - 7 - 2g = 2g - 2g + 23$	$2g - 7 = + 23$
2) $2g - 7 = + 23$	Eliminar – 7 del primer miembro.	Sumamos +7 en ambos miembros. $2g - 7 + 7 = 23 + 7$	$2g = 30$
3) $2g = 30$	Despejar g.	Dividimos entre 2 ambos miembros. $\frac{2g}{2} = \frac{30}{2}$	$g = 15$

Despejar la incógnita significa llevar a cabo las operaciones necesarias para que se muestre como solución de la ecuación. Se llama técnica de la balanza porque se hace la misma operación en ambos miembros para mantener el equilibrio.

6. Observen el recurso audiovisual *La balanza*, con la finalidad de ampliar su conocimiento sobre esta técnica de resolución de ecuaciones.

Para terminar

Se tienen las siguientes igualdades y el valor de cada una de sus incógnitas.

a) $6x + 12 = 42$ $\quad$ $x = 9$ $\qquad$ b) $9y - 7 = 6y + 11$ $\quad$ $y = 6$

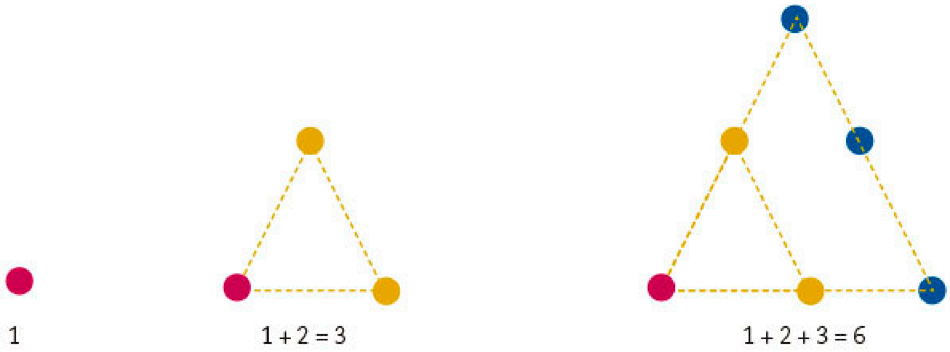
Resuelve la ecuación en tu cuaderno y verifica que los valores proporcionados sean correctos. En caso de que algún valor no lo sea, indica cuál es el error y corrígelo justificando tu respuesta.

31. Sucesiones 2

Sesión 1

Para empezar

Algunas sucesiones de figuras tienen una historia interesante, por ejemplo, la de los números figurativos que fueron introducidos y estudiados por Pitágoras y sus discípulos. Observa esta sucesión que corresponde a los llamados números triangulares. Se tiene en cuenta el número de puntos (vértices) para generar la sucesión numérica que le corresponde. Ahora estudiarás otras sucesiones y determinarás las reglas que las generan.



Manos a la obra

¿Qué número falta?

1. Observen el recurso audiovisual *Pitágoras, su escuela y los números figurativos*, mediante el cual se percatarán de la importancia que tuvo la escuela de Pitágoras para las matemáticas.

2. Resuelve en pareja esta actividad y la siguiente.
Consideren la siguiente sucesión numérica.

2, 7, 12, 17, 22, …

a) ¿Qué tienen en común los números de esa sucesión? ____________________
____

b) Si se continuara la lista, ¿se escribiría el 77 como parte de ella? ¿Por qué? ____
____

c) ¿El número 322 forma parte de esta lista? ¿Por qué? ____________________
____

3. Analicen la siguiente sucesión.

3, 6, 9, 12, 15, 18, …

a) El 3 ocupa el lugar **1** de la sucesión, el 6 ocupa el lugar **2**, el 9 ocupa el lugar 3 y así sucesivamente. ¿Qué número ocupará el lugar 20? ____________________

b) ¿Cómo lo calcularon? ____

c) Si n es el lugar que ocupa un número en la sucesión, ¿cuál es la regla para calcular cualquier número de la sucesión? ____________________________

4. Haz de manera individual el siguiente ejercicio.

a) Anota los tres números que siguen en la siguiente sucesión.

7, 14, 21, _____, _____, _____, …

b) ¿Qué número ocupará el lugar 20? __________.

c) ¿Cómo lo calculaste? ____

____

d) Si n es el lugar que ocupa un número en la sucesión, ¿cuál es la regla para calcular cualquier número de la sucesión? ____________________________

5. Comenten en grupo, con ayuda del maestro, sus resultados. Luego comparen las reglas que encontraron y analicen la siguiente información.

Cada uno de los números que forman una sucesión se llama **término**. En la sucesión **4, 8, 12, 16, …** el **4** ocupa el lugar 1, el **8** ocupa el lugar 2, el 12 ocupa el lugar 3 y así sucesivamente. Cada término de esta sucesión se obtiene multiplicando el lugar que ocupa por 4, por ejemplo en el lugar 20 estará el número

$$20 \times 4 = 80.$$

La regla para encontrar cualquier término de esta sucesión es $4n$, donde n es el lugar que ocupa el término (1, 2, 3, 4, …).

6. Observen el recurso audiovisual *Reglas de sucesiones* para conocer más sucesiones, sus respectivas reglas y cómo calcular un término cuando se conoce el lugar que ocupa.

Sesión
2

¿Cuál es la regla?

1. Reúnete con un compañero para hacer esta y las dos siguientes actividades. Completen la siguiente tabla para generar la sucesión numérica.

Lugar del término en la sucesión	Términos de la sucesión	Procedimiento para hallarlos	Procedimiento en lenguaje común
1	1	$(2 \times 1) - 1 = 1$	
2	3		
3	5		
4		$(2 \times 4) - 1 =$	
6	11		El doble del lugar que ocupa, menos uno.
20			
n			

2. Encuentren el procedimiento y la regla para cada una de las siguientes sucesiones.

Sucesión	Procedimiento en lenguaje común	Regla usando n para indicar el lugar del término
10, 20, 30, 40, 50, …		
9, 19, 29, 39, 49, …		
5, 10, 15, 20, 25, …		
6, 11, 16, 21, 26, …		

3. Relacionen cada regla con la sucesión que le corresponde.

a) $5n + 2$	( ) 7, 10, 13, 16, ...
b) $3n + 4$	( ) 7, 11, 15, 19, ...
c) $2n + 5$	( ) 7, 12, 17, 22, ...
d) $4n + 3$	( ) 7, 9, 11, 13, ...

4. De manera individual realiza las siguientes actividades.
Halla los primeros cuatro términos de las sucesiones.

a) $n + 1$ ____
b) $6n$ ____
c) $3n - 2$ ____
d) $2(n + 1)$ ____
e) $3(n - 1)$ ____

5. Escribe la regla para hallar cualquier término de cada una de las siguientes sucesiones:

a) 7, 10, 13, 16, 19, 22, … ____________________________________
b) 5, 9, 13, 17, 21, 25, … ____________________________________
c) 3, 7, 11, 15, 19, 23, … ____________________________________

6. Con ayuda de su maestro, comparen en grupo las distintas fórmulas que hallaron en el ejercicio 2. ¿Qué tienen en común? ¿En qué son diferentes? Luego, comparen y analicen el resto de sus resultados. Si estos difieren, averigüen si son equivalentes. En caso necesario corrijan sus respuestas.

7. Observen el recurso audiovisual *Reglas equivalentes de sucesiones* para identificar si dos reglas de sucesiones son equivalentes.

8. Utilicen el recurso informático *Reglas de sucesiones* para reafirmar y practicar lo visto en estas sesiones.

Para terminar

En tu cuaderno anota una regla en lenguaje común que sea equivalente a cada una de las siguientes, justificando tu respuesta.

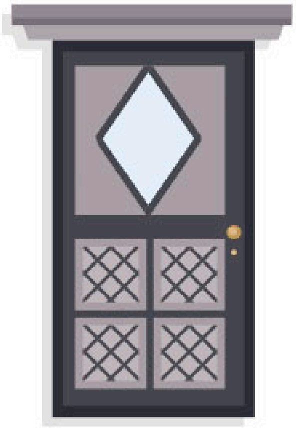
a) $4(n - 2)$ b) $3(n - 2) + n$ c) $2(n + 2)$ d) $10n + 5$

Luego, obtén los primeros cinco términos de las sucesiones, comprobando que forman parte de ellas. Finalmente, escribe cuál es el término que ocupa la posición número 20 para cada sucesión.

32. Existencia y unicidad 3

Sesión 1

Para empezar

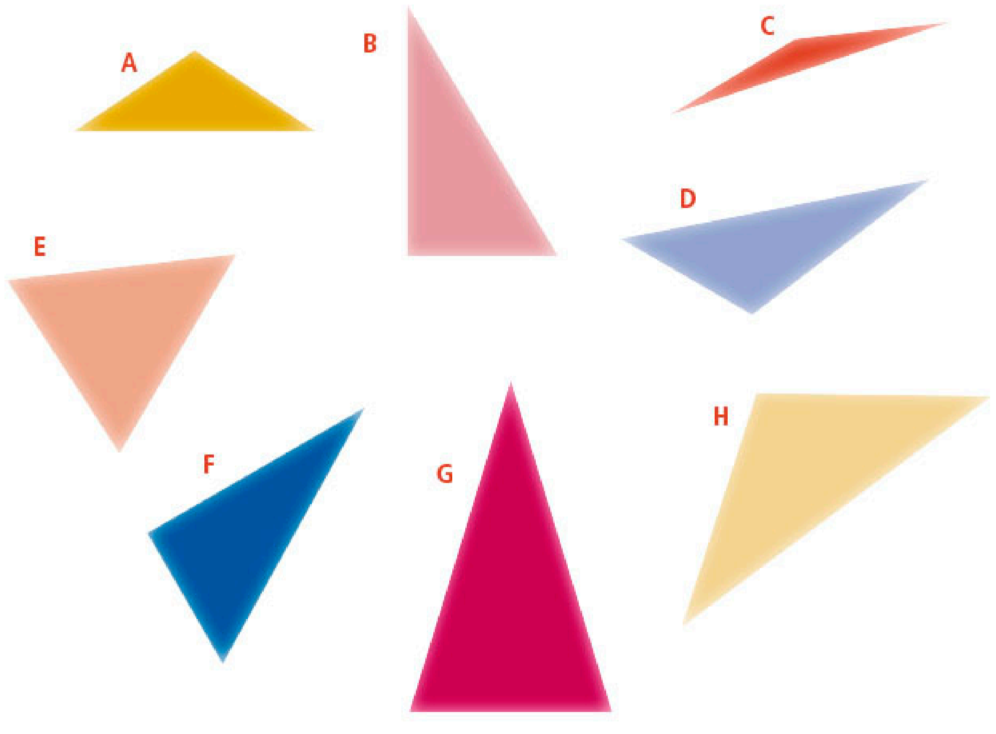


Claudia necesita cambiar el vidrio de su puerta. Cuando llega a la vidriería pide uno en forma de rombo que mida medio metro de lado. El vidriero lo corta con esa forma y medida; sin embargo, cuando va a casa de Claudia a colocarlo se da cuenta de que aunque los lados sí miden medio metro, el vidrio ¡no le queda a la puerta! ¿Qué crees que haya pasado?, ¿tendría Claudia que haberle dado otro dato? Al concluir las cinco sesiones aprenderás a responder preguntas como la anterior, tanto para triángulos como para paralelogramos.

Manos a la obra

Figuras con la misma forma y medida

1. Reúnete con un compañero para desarrollar ésta y las dos siguientes actividades. De los siguientes triángulos, ¿cuáles tienen la misma forma y la misma medida?



2. Tracen en una hoja blanca un triángulo cuyos ángulos midan 90°, 55° y 35°.

a) Recórtenlo y compárenlo con los triángulos de otras dos parejas.

b) ¿Tienen la misma forma? ________________

c) ¿Sus lados miden exactamente lo mismo? ________________

3. Tracen en una hoja blanca un triángulo cuyos lados midan 8 cm, 9 cm y 7 cm.

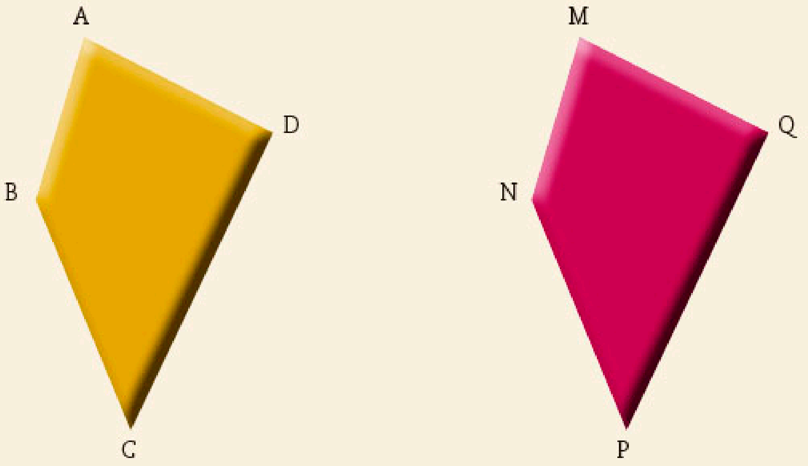
a) Recórtenlo y compárenlo con los triángulos de otras dos parejas.

b) ¿Su forma es exactamente igual? ________________

c) ¿La medida de sus lados es exactamente la misma? ________________

4. Comparen sus respuestas en grupo. En particular, comenten si en las actividades 2 y 3 se dio el caso de que hubiera triángulos con la misma forma y las mismas medidas. Por último, analicen y comenten la siguiente información.

Dos figuras que tienen la misma forma y las mismas medidas son figuras **congruentes**. Cuando dos figuras son congruentes pueden ponerse una encima de la otra y todos sus lados y ángulos coinciden. Los lados o los ángulos que coinciden se llaman correspondientes. Por ejemplo, los siguientes cuadriláteros son congruentes.



El lado AB es correspondiente al lado MN. El ángulo A es correspondiente al ángulo M.

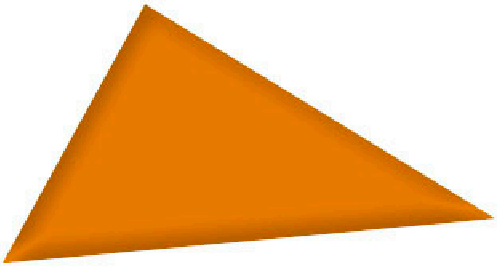
5. Observen el recurso audiovisual *Figuras congruentes*, mediante el cual aprenderán más sobre las propiedades de la congruencia.

Sesión 2

Los mensajes

1. Reúnete con un compañero para hacer esta y las tres siguientes actividades.

a) En una hoja blanca tracen un triángulo y recórtenlo. Nadie más debe verlo.



b) En otra hoja escriban un mensaje para que otra pareja trace un triángulo que sea congruente con el de ustedes. Anoten los datos que sean necesarios.

Mensaje: **Construyan un triángulo que…**

c) Intercambien su mensaje con otra pareja.

d) Construyan el triángulo del mensaje que les tocó y recórtenlo.

2. Comparen el triángulo que trazaron con el de la pareja con la que intercambiaron el mensaje.

a) ¿Son congruentes? ________

b) Si no son congruentes analicen si la falla estuvo en el mensaje o en el trazo que hicieron.

3. Repitan la actividad anterior con las siguientes condiciones:

a) No pueden escribir en su mensaje la medida de los tres lados.

b) Sólo pueden escribir la medida de uno o dos lados y otros datos que consideren necesarios.

4. Comenten en grupo sus mensajes. Identifiquen con cuáles sí pudieron construir triángulos congruentes y con cuáles no.

5. Realiza de manera individual esta actividad.
¿Cuáles son los tres mensajes con los que es seguro que se puedan construir triángulos congruentes? Márquenlos.

Mensaje 1: Construyan un triángulo que tenga un lado de 4 cm y otro de 6 cm.

Mensaje 2: Construyan un triángulo que tenga un lado de 8 cm, otro de 6 cm y el otro de 9 cm.

Mensaje 3: Construyan un triángulo cuyos ángulos midan 50°, 30° y 100°.

Mensaje 4: Construyan un triángulo que tenga un lado de 9 cm, otro de 6 cm y un ángulo de 60°.

Mensaje 5: Construyan un triángulo que tenga un ángulo de 60°, otro de 40° y el lado adyacente a estos ángulos mida 10 cm.

Mensaje 6: Construyan un triángulo que tenga un lado de 8 cm, otro de 10 cm y el ángulo comprendido entre ellos mida 70°.

6. Comparen en grupo sus resultados.
Si hay mensajes en los que no coinciden, todos construyan de manera individual los triángulos indicados y verifiquen si las figuras resultantes son congruentes o no.

Criterios de congruencia

Sesión 3

1. Forma un equipo para hacer ésta y las dos siguientes actividades.
Analicen los triángulos que construyeron y los mensajes de la sesión anterior y anoten ✓ a las tres afirmaciones que son verdaderas.

- Dos triángulos son congruentes si tienen respectivamente iguales dos ángulos. ○
- Dos triángulos son congruentes si tienen respectivamente iguales dos lados. ○
- Dos triángulos son congruentes si tienen respectivamente iguales tres ángulos. ○
- Dos triángulos son congruentes si tienen respectivamente iguales dos lados y cualquiera de sus ángulos. ○
- Dos triángulos son congruentes si tienen respectivamente iguales sus tres lados. ○
- Dos triángulos son congruentes si tienen respectivamente iguales dos lados y el ángulo que forman. ○
- Dos triángulos son congruentes si tienen respectivamente iguales dos ángulos y cualquiera de los lados. ○
- Dos triángulos son congruentes si tienen respectivamente iguales un lado y los dos ángulos adyacentes a él. ○

2. Las afirmaciones que eligieron se llaman *criterios de congruencia de triángulos*. Se denominan según los lados o ángulos que tienen respectivamente iguales los dos triángulos. Completen las siguientes oraciones.

Los **criterios de congruencia de triángulos** son tres.

Criterio lado-lado-lado (**LLL**). Dos triángulos son congruentes si…

____

Criterio lado-ángulo-lado (**LAL**). Dos triángulos son congruentes si…

____

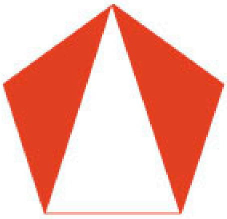
Criterio ángulo-lado-ángulo (**ALA**). Dos triángulos son congruentes si…

____

Comparen sus respuestas. En los casos en que no coincidan, identifiquen los errores y corrijan.

3. Contesta las preguntas.

a) El pentágono que se muestra tiene los lados iguales y los ángulos iguales, es un pentágono regular.
¿Cuál de los criterios de congruencia garantiza que los triángulos coloreados son congruentes? ____________________________________



b) Cuando trazas la diagonal de un cuadrado.
¿Qué criterio de congruencia garantiza la igualdad de los dos triángulos que se forman? ________________________________

4. Comparen sus resultados en grupo. En caso de tener respuestas distintas, analicen por qué. Luego hagan un resumen en su cuaderno sobre los criterios de congruencia de triángulos.

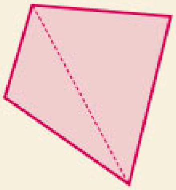
5. Observen el recurso audiovisual *Criterios de congruencia de triángulos* que muestra los criterios y ejemplos de ellos.

6. Utilicen el recurso informático *Criterios de congruencia de triángulos* para identificar el criterio que se usa para garantizar la congruencia en los casos presentados.

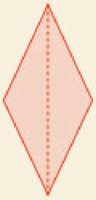
Cuadriláteros

1. Forma un equipo para completar las siguientes tablas.

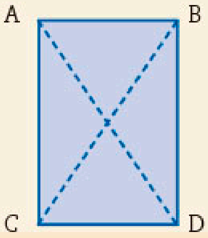
a) Suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero.

Hagan una hipótesis	Figura de apoyo	Preguntas para tratar de probar su hipótesis
¿Cuánto piensan que suman los ángulos interiores de un cuadrilátero? ________________	Se traza la diagonal de un cuadrilátero. 	a) ¿Cuántos triángulos se formaron? ____________________ b) ¿Cuánto suman los ángulos interiores de cada triángulo? ____________________ c) ¿Cuánto suman los ángulos interiores del cuadrilátero? ____________________
¿Su hipótesis fue falsa o verdadera? ____________________		

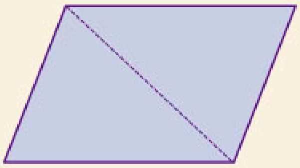
b) Ángulos opuestos de un rombo.

Hagan una hipótesis	Figura de apoyo	Preguntas para tratar de probar su hipótesis
¿Qué relación piensan que tienen los ángulos opuestos de un rombo? ________________ ________________ ________________	Se traza la diagonal de un rombo. 	a) ¿Los triángulos que se forman son congruentes? ______________ b) ¿Qué criterio de congruencia lo garantiza? ______________ c) ¿Los ángulos correspondientes de triángulos congruentes son iguales? ____________________
¿Su hipótesis fue falsa o verdadera? ____________________		

c) Las diagonales de un rectángulo.

Hagan una hipótesis	Figura de apoyo	Preguntas para tratar de probar su hipótesis
¿Qué relación piensan que tienen las diagonales de un rectángulo? ________________ ________________ ________________	Se trazan las dos diagonales del rectángulo.  	a) ¿Los triángulos ACD y BDC son congruentes? ______________ b) ¿Qué criterio de congruencia lo garantiza? ______________ c) ¿Los lados correspondientes de triángulos congruentes son iguales? ______________
¿Su hipótesis fue falsa o verdadera? ____________________		

d) Los ángulos opuestos de un romboide.

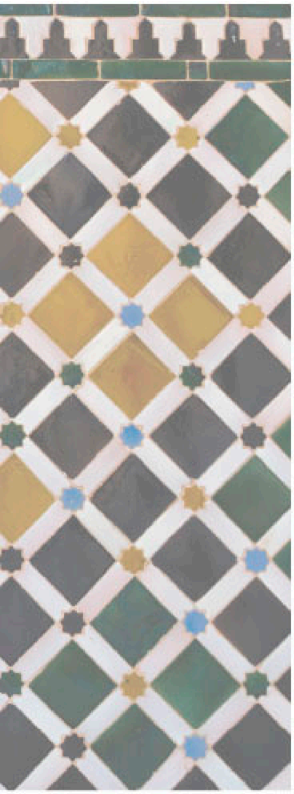
Hagan una hipótesis	Figura de apoyo	Preguntas para tratar de probar su hipótesis
¿Qué relación piensan que tienen los ángulos opuestos de un romboide? __________________ __________________ __________________	Se traza una diagonal del romboide. 	a) ¿Los triángulos son congruentes? __________________ b) ¿Qué criterio de congruencia lo garantiza? ______________ c) ¿Los ángulos correspondientes de triángulos congruentes son iguales? ______________
¿Su hipótesis fue falsa o verdadera? ________________________		

2. En grupo, comparen sus hipótesis y respuestas con las de los otros equipos. En caso de que difieran, analicen por qué.

3. Observen el recurso audiovisual *Propiedades de los paralelogramos* que muestra cómo usar los criterios de congruencia para probar algunas propiedades de los paralelogramos.

Sesión
5

¿Existe el cuadrilátero?



1. Reúnete con un compañero para hacer las actividades de esta sesión. En cada caso, antes de trazar el cuadrilátero mencionen si existe o no un cuadrilátero con las medidas que se indican. Si no se puede, argumenten su respuesta; en caso contrario, trácenlo.

a) Un cuadrilátero cuyos ángulos midan 30°, 50°, 100° y 120°, ¿se puede trazar? __________________
Argumenten su respuesta. __________
____
____

b) Un romboide cuyos ángulos midan 60°, 120°, 60° y 120°, ¿se puede trazar? __________________
Argumenten su respuesta. __________
____
____

c) Un rombo cuyos lados midan 5 cm y que tenga tres ángulos de 60°, ¿se puede trazar? ________________
Argumenten su respuesta. ________
____
____

d) Un rectángulo que tenga una diagonal de 6 cm y otra de 5 cm, ¿se puede trazar? ________________
Argumenten su respuesta. ________
____
____

e) Un rombo cuyos lados midan 4 cm y que tenga dos ángulos de 120°, ¿se puede trazar? ________________
____
Argumenten su respuesta. ________
____
____

2. Comparen sus resultados, argumentos y trazos con su grupo. Entre todos determinen cuál o cuáles datos podrían cambiar en los cuadriláteros que no se pudieron trazar para que sí se puedan hacer.

Cuadrilátero	Datos iniciales	Datos ya cambiados

3. En el portal de Telesecundaria encontrarás una referencia a una página web sobre los triángulos, sus características y sus propiedades.

Para terminar

Un conjunto de datos determina una figura única si se construyen varias figuras con esos datos y todas son congruentes. ¿Un cuadrado queda determinado de manera única si se da sólo la medida de su diagonal? Argumenta en tu cuaderno la respuesta.

33. Perímetros y áreas 3

Sesión 1

Para empezar

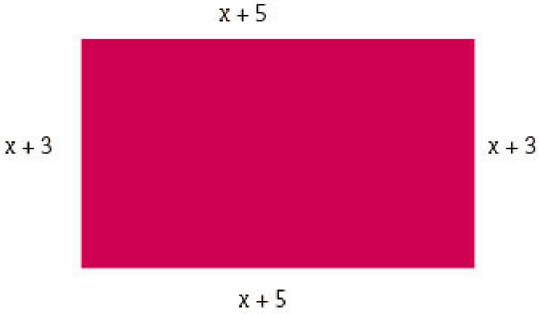
Para medir los kilómetros que han recorrido, los automóviles suelen tener un dispositivo cuentakilómetros, que también lleva el nombre de odómetro. ¿Cómo mide los kilómetros que recorre un automóvil?, ¿cuál es la relación entre el kilometraje que marca el odómetro y el tema de los perímetros?

El odómetro utiliza una vuelta de la rueda para medir la distancia. Si una llanta tiene un diámetro de 62 cm, ¿cuántas vueltas tiene que dar para que el cuentakilómetros marque un kilómetro más? A lo largo de tres sesiones verás la relación que tiene la rueda de una llanta, un círculo, con el recorrido lineal que hace al rodar, que es su perímetro.

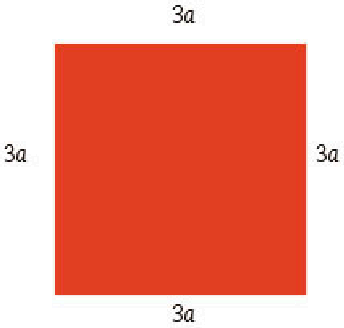
Manos a la obra

Perímetros

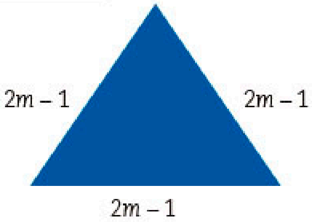
1. Realiza todas las actividades de esta sesión de manera individual.
Debajo de cada figura anota su perímetro.



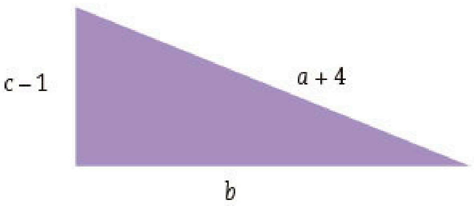
P= ____________________



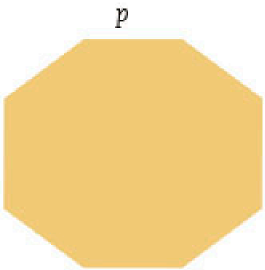
P= ____________________



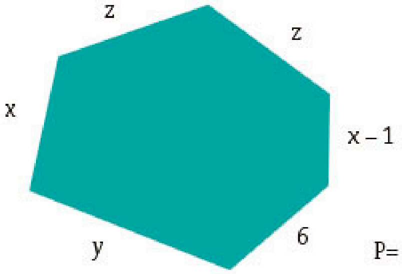
P= ____________________



P= ________________________



P= ________________________



P= ________________________

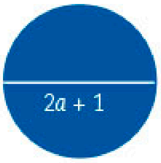
2. Responde:

a) Si el perímetro del rectángulo es 34 cm, ¿cuánto vale la x? ____________________

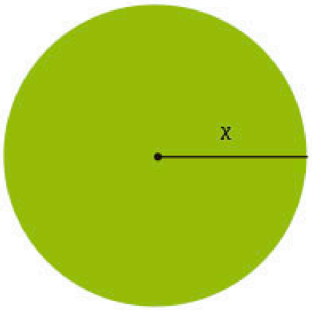
b) Si el perímetro del cuadrado es 48 cm, ¿cuánto vale la a? ____________________

c) Si el perímetro del triángulo equilátero es 27 cm, ¿cuánto vale la m? __________

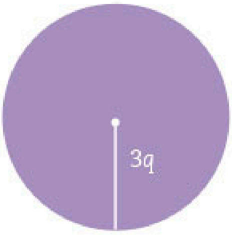
3. Anota el perímetro de cada uno de los círculos.



P= ____________________



P= ________________________



P= ________________________

4. Si el perímetro del círculo lila es 37.68 cm, ¿cuánto vale q? (Considera $\pi = 3.14$)

____

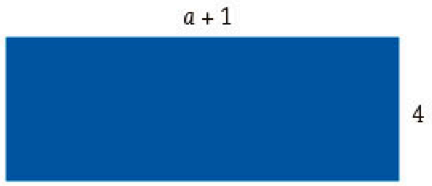
5. Comenten en el grupo qué hicieron para obtener la expresión que representa el perímetro de las figuras y para calcular el valor de las literales.

6. Observen el recurso audiovisual *Expresiones algebraicas para calcular perímetros* donde se muestra cómo se expresa el perímetro de figuras geométricas mediante expresiones algebraicas.

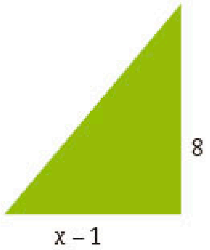
Sesión 2

Áreas

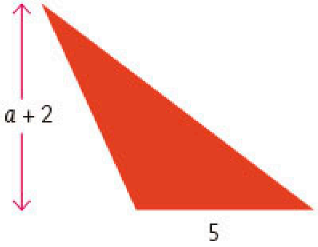
1. Reúnete con un compañero para hacer ésta y las dos siguientes actividades. Anoten debajo de cada figura su área.



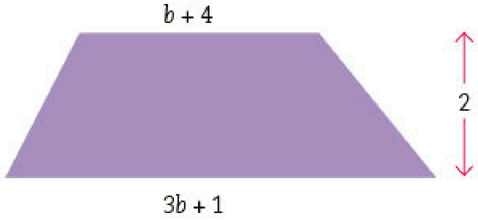
A= ____________________



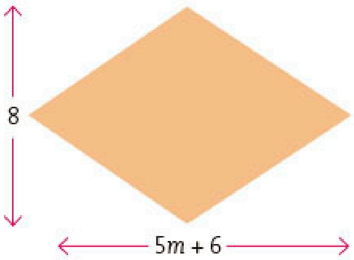
A= ____________________



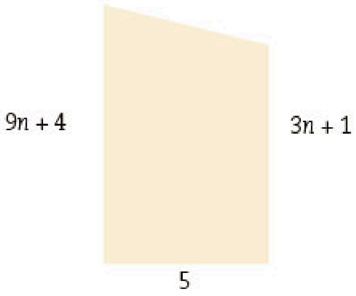
A= ____________________



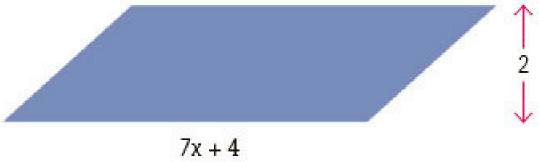
A= ____________________



A= ____________________



A= ____________________



A= ____________________

2. Respondan:

a) Si el área del rectángulo es 48 cm^2, ¿cuánto vale a? ____________________

b) Si el área del trapecio lila es 37cm^2, ¿cuánto vale b? ____________________

c) Si el área del romboide es 36 cm^2, ¿cuánto vale x? ____________________

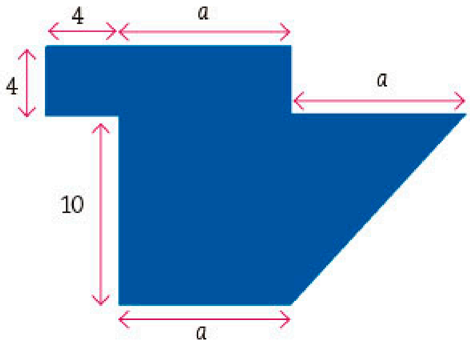
Vínculo con...

Matemáticas

Recuerda que en el Bloque 1 ya analizaste las áreas de varias figuras geométricas mediante la utilización de las ecuaciones de primer grado. Puedes repasar las páginas de la 58 a la 61.

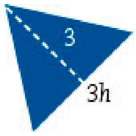
3. ¿Cuál es el área de la figura?

A = ________________

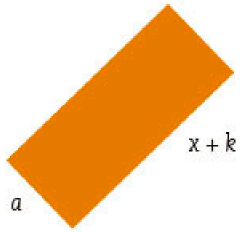


4. Responde de manera individual.

Anota el perímetro o el área según se indique.

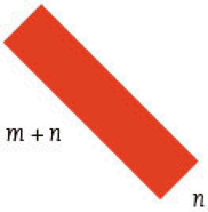


A= ________________

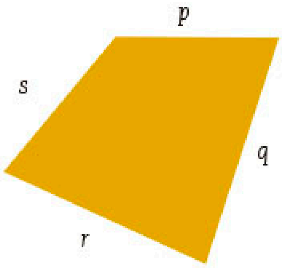


A= ________________

P= ________________



P= ________________



P= ________________

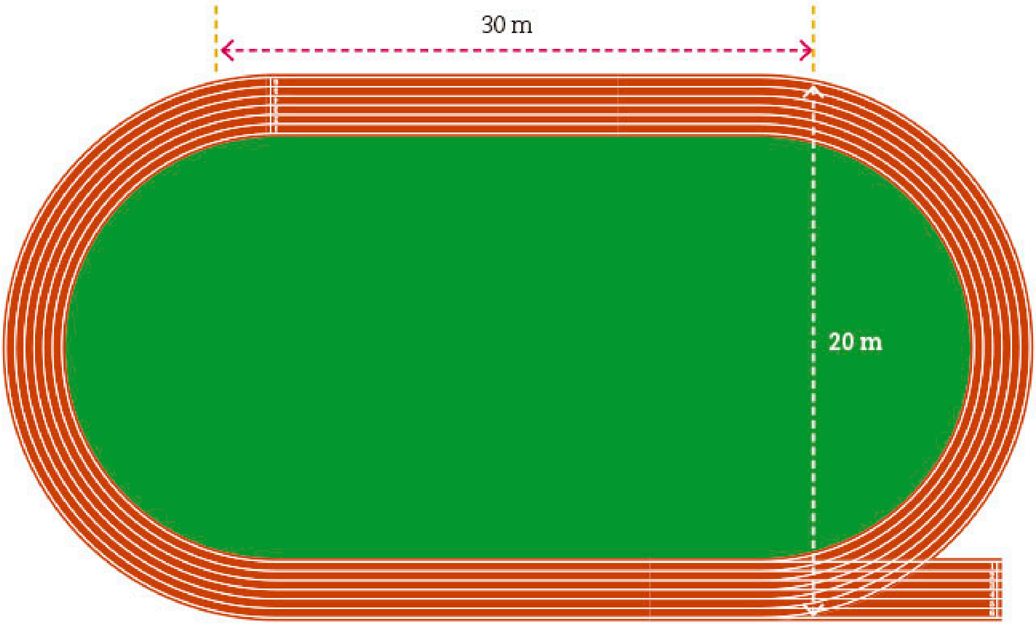
5. Compara tus respuestas con las del grupo. Si son diferentes, analicen si se trata de expresiones equivalentes.

Perímetros y áreas en situaciones reales

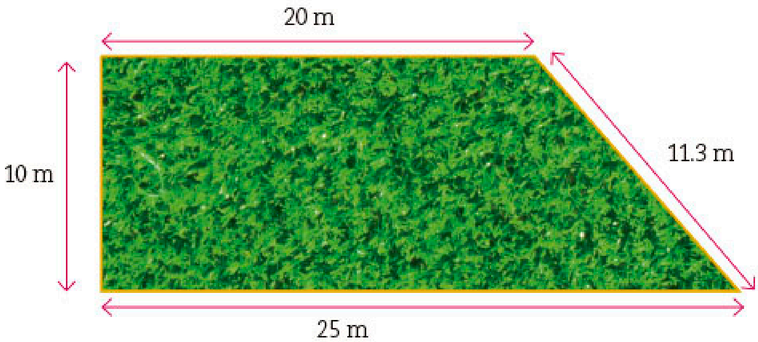
Sesión 3

1. Forma un equipo para hacer ésta y las dos actividades que siguen.
Clara corre todos los días alrededor de una pista como la siguiente.
Si todos los días da 10 vueltas a la pista ¿qué distancia corre? (Considera $\pi = 3.14$)

____



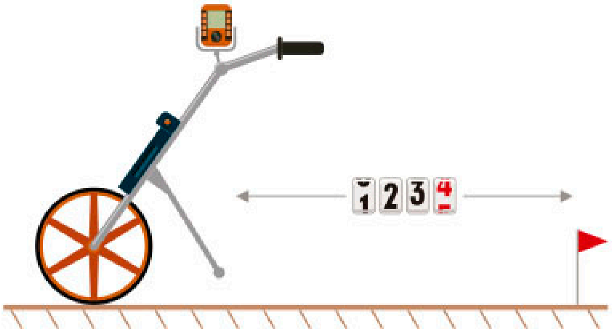
2. Este jardín se va a cubrir con pasto y se pondrá una cerca de madera alrededor.



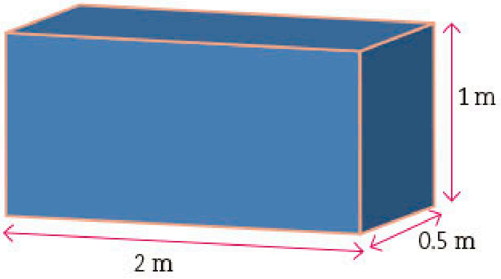
a) ¿Cuántos metros cuadrados de pasto se requieren? ______________

b) ¿Cuántos metros medirá la cerca? ______________________________

3. El aparato que se ilustra, un *odómetro de rueda*, sirve para medir longitudes. ¿Cuánto mide el diámetro de su rueda si en cada vuelta avanza un metro?
(Considera $\pi = 3.14$)



4. Resuelve de manera individual estas dos actividades.
Saúl va a forrar una gran caja con tela que cuesta $70.00 el metro cuadrado.



a) ¿Cuál es el mínimo de tela que necesita comprar? ______________________

b) ¿Cuánto dinero va a gastar para comprar esa cantidad de tela? ___________

5. Don Mario, el albañil, cobra $90.00 por pegar un metro cuadrado de azulejo. ¿Cuánto cobrará por pegar azulejo en un piso rectangular que mide 5 metros de largo por 6.5 metros de ancho? ______________________________________

6. Con apoyo de su maestro, comparen sus resultados en grupo. Si tienen errores, corríjanlos.

7. Observen el recurso audiovisual *Áreas y perímetros en situaciones reales* en el cual se muestra la utilidad de saber calcular áreas y perímetros en la vida real.

Para terminar

Traza en tu cuaderno un rectángulo cuyo perímetro sea $4a + 8$ y su área $6a + 3$.

a) ¿Cuál expresión algebraica es su base?

b) ¿Y su altura?

c) Explica cómo determinaste la base y la altura del rectángulo.

34. Volumen de prismas 3

Sesión 1

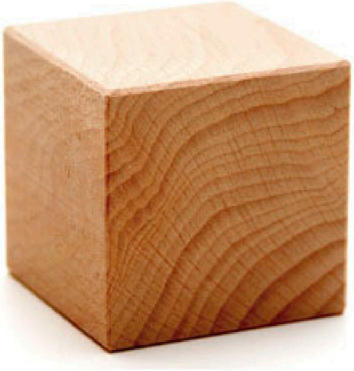
Para empezar

Los recipientes son objetos usados para contener y conservar diversos productos; pueden estar hechos de muy distintos materiales, como cuero, arcilla, piedra, metal, vidrio, madera, plástico, u otros más. En el interior hueco de los recipientes se puede almacenar o verter diferentes productos. La capacidad es una magnitud que los caracteriza y puede medirse en litros, mililitros, decilitros, pero también puede medirse en unidades cúbicas. En estas sesiones continuará tu aprendizaje acerca del volumen y su relación con la capacidad.

Manos a la obra

¿Cuánto le cabe?

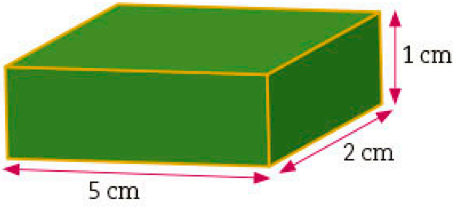
1. Reúnete con un compañero para trabajar todas las actividades de esta sesión. La imagen muestra una caja en forma de cubo sin tapa y un cubo de madera, ambos con las mismas medidas. Respondan las preguntas y argumenten sus respuestas.



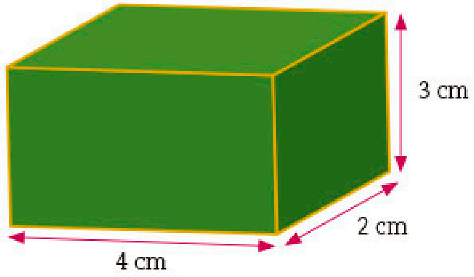
a) ¿Tienen el mismo volumen? ____________________

b) ¿Les cabe lo mismo a los dos?, es decir, ¿tienen la misma capacidad? ______

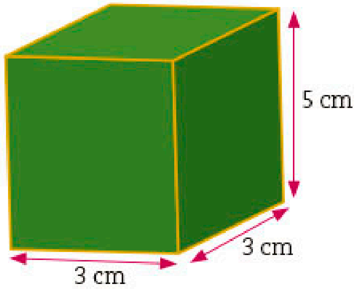
2. Se van a empacar dados de 1 cm^3 en las cajas. Anoten cuántos dados le caben a cada una y también calculen su volumen.



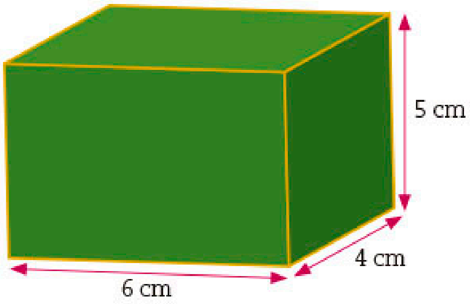
Número de dados: __________
Volumen: __________



Número de dados: __________
Volumen: __________



Número de dados: __________
Volumen: __________



Número de dados: __________
Volumen: __________

3. Comparen sus respuestas con las de las otras parejas. En particular, comenten:

a) ¿Es lo mismo capacidad que volumen? ______________________

b) ¿Hay cuerpos que tienen el mismo volumen pero diferente capacidad?________

____

c) La fórmula para calcular el volumen, ¿sirve también para calcular la capacidad?

____

d) Si su respuesta a la pregunta anterior es afirmativa, ¿en qué casos? __________

____

4. Con todo su grupo comparen sus respuestas. Luego lean y comenten la siguiente información.

Todos los cuerpos tienen **volumen** porque todos ocupan espacio, pero no todos tienen **capacidad** porque no todos pueden contener algo. Los cuerpos que tienen capacidad son los recipientes. La capacidad de un recipiente corresponde al volumen del cuerpo que lo llena.

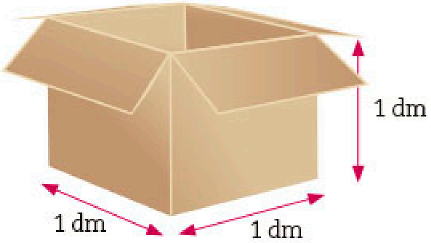
5. Observen el recurso audiovisual *Capacidad* en donde conocerán más acerca de esta magnitud.

Sesión 2

El dm³ y el litro

1. Trabajen todas las actividades de esta sesión en pareja.
Necesitan tres recipientes diferentes que tengan capacidad de un litro y arroz suficiente para llenar uno de ellos. Además, requerirán una cartulina, su juego de geometría, tijeras y pegamento.

a) Construyan con cartulina un cubo cuya arista mida 10 cm, es decir, un decímetro.



b) El cubo que armaron tiene capacidad de un decímetro cúbico (dm³). ¿Piensan que su capacidad es mayor a un litro, menor o igual? ___________________

c) Usen los recipientes de un litro y el arroz para comprobar su respuesta.

2. A partir de su resultado anterior anoten en la tabla las medidas que deberían tener los recipientes que tienen la capacidad indicada. A continuación contesten las preguntas; en cada caso justifiquen su respuesta.

	Largo	Ancho	Altura
Más de un litro			5 cm
Un litro		8 cm	
Menos de un litro	10 cm		
10 litros			4 dm
1 000 litros		1 m	

a) ¿A cuántos centímetros cúbicos equivale un decímetro cúbico? ____________

b) ¿A cuántos mililitros equivale un centímetro cúbico? ______________________

c) Imaginen un cubo de un metro de arista. Su volumen es 1 metro cúbico, se simboliza: 1m^3. ¿A cuántos decímetros cúbicos equivale un metro cúbico? _________________

d) ¿Cuántos litros caben en un tinaco en forma de cubo que mide un metro de arista? __________________

3. Comenten con el grupo sus hallazgos y respuestas y lean la siguiente información.

Un decímetro cúbico equivale a un litro.
Un decímetro cúbico equivale también a 1 000 centímetros cúbicos, entonces un centímetro cúbico equivale a un mililitro.
Un metro cúbico equivale a 1 000 decímetros cúbicos, es decir, a 1 000 litros.

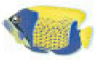
4. Observen el recurso audiovisual *Relación entre volumen y capacidad* en donde conocerán más acerca de estas dos magnitudes.

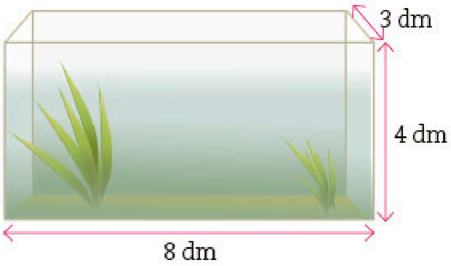
5. Para resolver problemas de conversión entre unidades de volumen y capacidad consulta las direcciones electrónicas: <http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/2esomatematicas/2quincena10_contenidos_1a.htm> y <http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/2esomatematicas/2quincena10/2quincena10_ejercicios_1b.htm>.

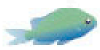
Sesión 3

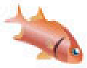
Volumen y capacidad

1. Reúnete con un compañero para resolver este y los tres problemas siguientes. Se recomienda que haya 4 litros de agua por cada pez de cierto tipo. ¿Cuántos peces como máximo pueden estar en la siguiente pecera si se sigue esta recomendación?





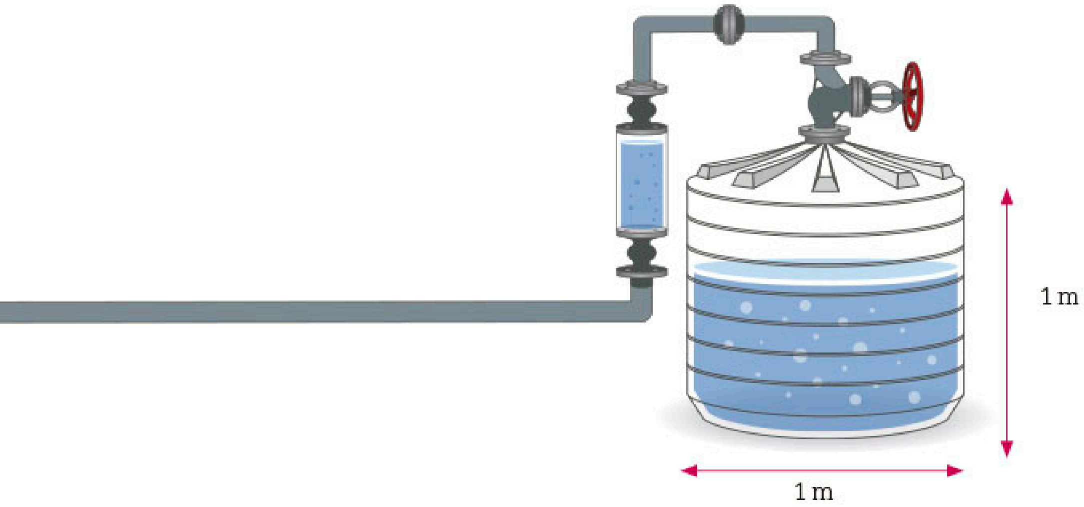




2. La familia Suárez quiere construir una cisterna para almacenar agua en su casa. La van a hacer en forma de prisma rectangular y quieren que contenga 1500 litros de agua. Anoten tres posibles medidas para construir una cisterna de esa capacidad:

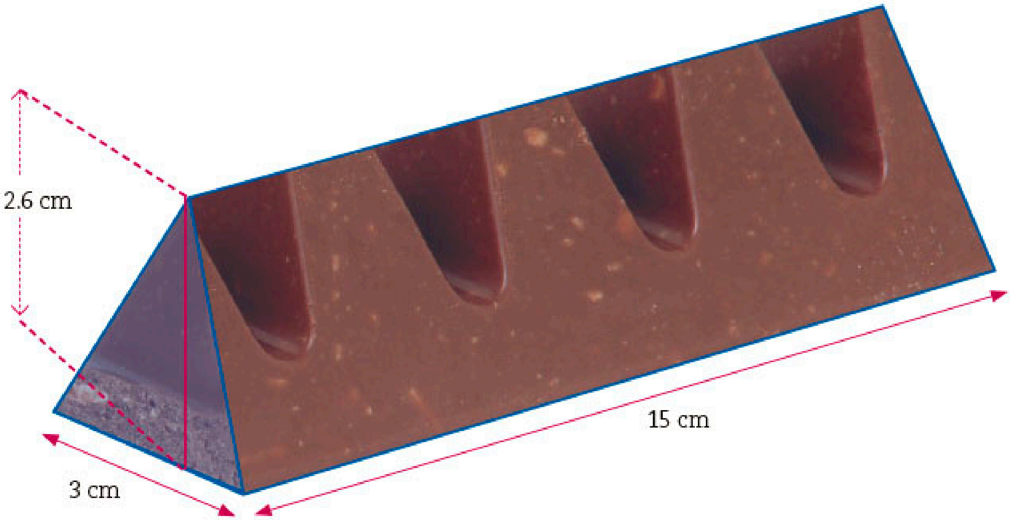
a) __________, __________, __________
b) __________, __________, __________
c) __________, __________, __________

3. La imagen representa un tinaco para agua.



Lo alimenta una llave de la que salen 8 litros de agua por minuto. ¿En cuánto tiempo se va a llenar? ____________________

4. Calculen el volumen del chocolate de mayor tamaño que cabe en esta caja. El triángulo es equilátero y mide de altura 2.6 cm.
Volumen: ______________________________



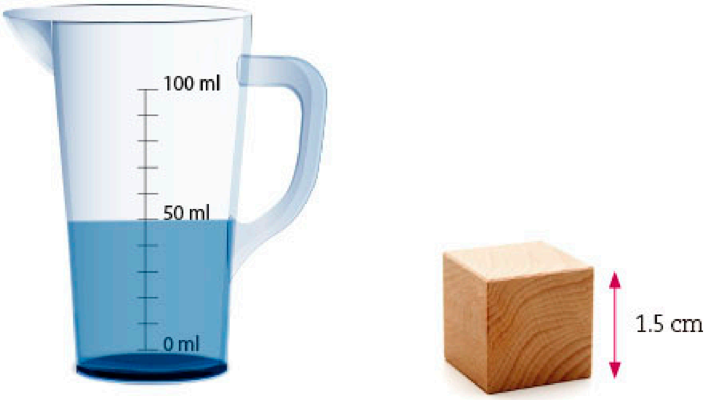
5. Resuelve de manera individual los siguientes problemas.

Una fábrica de jugos está planeando venderlos en tres presentaciones: un cuarto de litro, medio litro y un litro. Quiere hacer los envases en forma de prismas rectangulares. Anota las medidas que pueden tener cada uno de los envases que se indican.

a) Para un cuarto de litro: ____________
b) Para medio litro: ______________
c) Para un litro: ________________

6. Si para el envase de un cuarto de litro se quiere que la base sea un rectángulo que mida 7 cm por 5 cm, ¿cuál deberá ser su altura? ________________

7. Se tiene un recipiente como el siguiente, graduado en mililitros y lleno de agua hasta los 50 ml. Si se introduce el cubo de la derecha, ¿a qué número llegará el nivel del agua?



8. En grupo, comparen sus respuestas. ¿En cuáles problemas hay más de una respuesta correcta?, ¿por qué? ______________________________

____

9. Observen el recurso audiovisual *La capacidad en nuestra vida* mediante el que conocerán más acerca de la importancia de estudiar la magnitud *capacidad*.

Para terminar

Un mililitro es la milésima parte de un litro, ¿cuántos mililitros de agua caben en una cisterna en forma de cubo que mide un metro de arista? Explica en tu cuaderno cómo calculaste la respuesta.

35. Gráficas circulares 2

Sesión 1

Para empezar

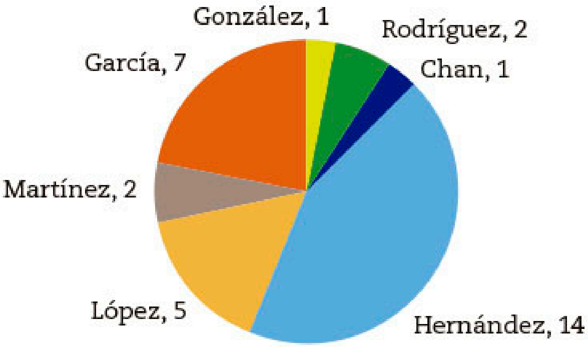
La información estadística generalmente se presenta en tablas de frecuencia y gráficas. Las representaciones gráficas tienen el propósito de revelar visualmente el comportamiento de los datos, de ahí que sea importante seleccionar adecuadamente el tipo de gráfica que se utilizará para representar de manera correcta los datos que se quiere comunicar. ¿Cuántos tipos de gráficas estadísticas conoces? Busca algunos ejemplos y observa qué tipo de información se presenta en esas gráficas. En las dos siguientes sesiones continuarás con la elaboración, lectura e interpretación de gráficas circulares o de sectores.

Manos a la obra

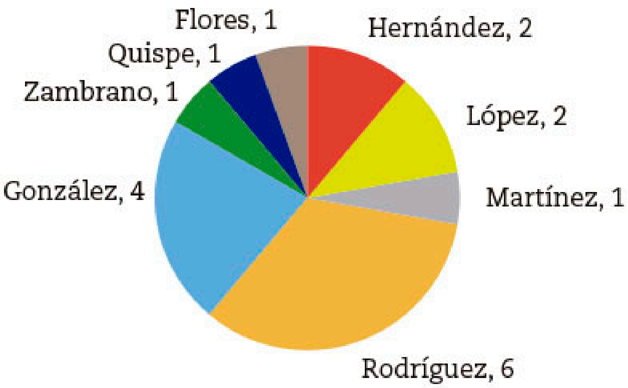
El apellido, una estadística más

1. Forma un equipo para realizar ésta y la siguiente actividad. Relacionen cada gráfica con el mapa que le corresponda.

APELLIDOS MÁS FRECUENTES EN ______________



APELLIDOS MÁS FRECUENTES EN ______________



1. LOS APELLIDOS MÁS FRECUENTES EN LATINOAMÉRICA

Fuente: https://elpais.com/internacional/2016/08/18/actualidad/1471533988_249052.html?rel=mas

2. LOS APELLIDOS MÁS FRECUENTES EN MÉXICO

Apellido	Estados
HDEZ. Hernández	14
G.ª García	7
LÓPEZ López	5
MTNEZ. Martínez	2
RGUEZ. Rodríguez	2
GLEZ. González	1
CHAN Chan	1

Fuente: https://elpais.com/internacional/2017/01/25/actualidad/1485359370_555984.html

a) Completen el título de cada gráfica circular.

b) Expliquen qué representa cada uno de los sectores circulares. ______________

____

c) En la primera gráfica, ¿cuál es la frecuencia mayor? ______________

d) ¿A qué dato corresponde? ______________

e) ¿Y cuál es la frecuencia más alta en la segunda gráfica? ______________

f) ¿Cuántos países latinoamericanos están considerados? ______________

g) ¿En cuántos de esos países el apellido más frecuente es López? ______________

h) ¿Qué proporción representan del total? ______________

i) Completa la frase: En México el segundo apellido más frecuente es ______________, mientras que en los países latinoamericanos que hablan español es ______________

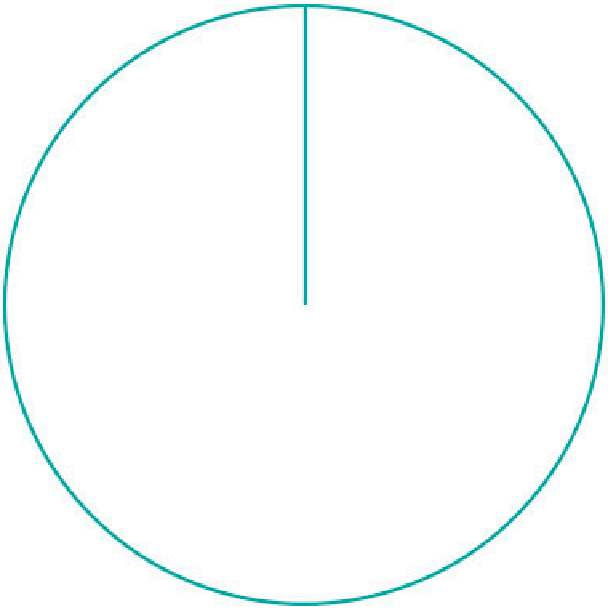
Dato interesante

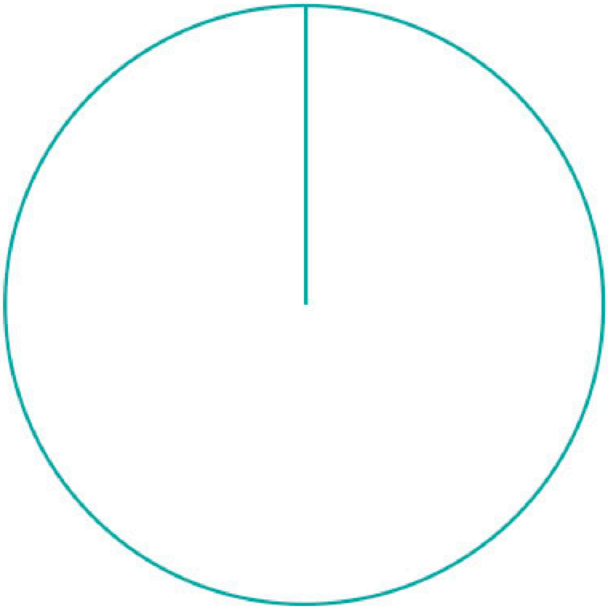
El idioma español lo hablan alrededor de 392 millones de personas y, por su importancia, es uno de los idiomas oficiales en la ONU.

2. Lleven a cabo un sondeo e identifiquen cuáles son los apellidos más frecuentes en su grupo y en su escuela.

a) Elaboren en su cuaderno las tablas de frecuencia que les correspondan, expresando el resultado en forma de porcentaje y de frecuencia relativa (fracción y decimal).

b) Tracen las gráficas circulares para cada situación, en la escuela y en su grupo. Si es posible, utilicen una hoja de cálculo electrónica para elaborarla.





El apellido más frecuente en….

c) ¿Cuál es el apellido más frecuente en cada caso? ________________________

d) Completen la frase que aparece después de las gráficas, de acuerdo con los resultados de ambos casos.

e) Comparen sus resultados con los de la actividad 1. ¿Coinciden o son diferentes? Justifiquen su respuesta. ____________________________________

____

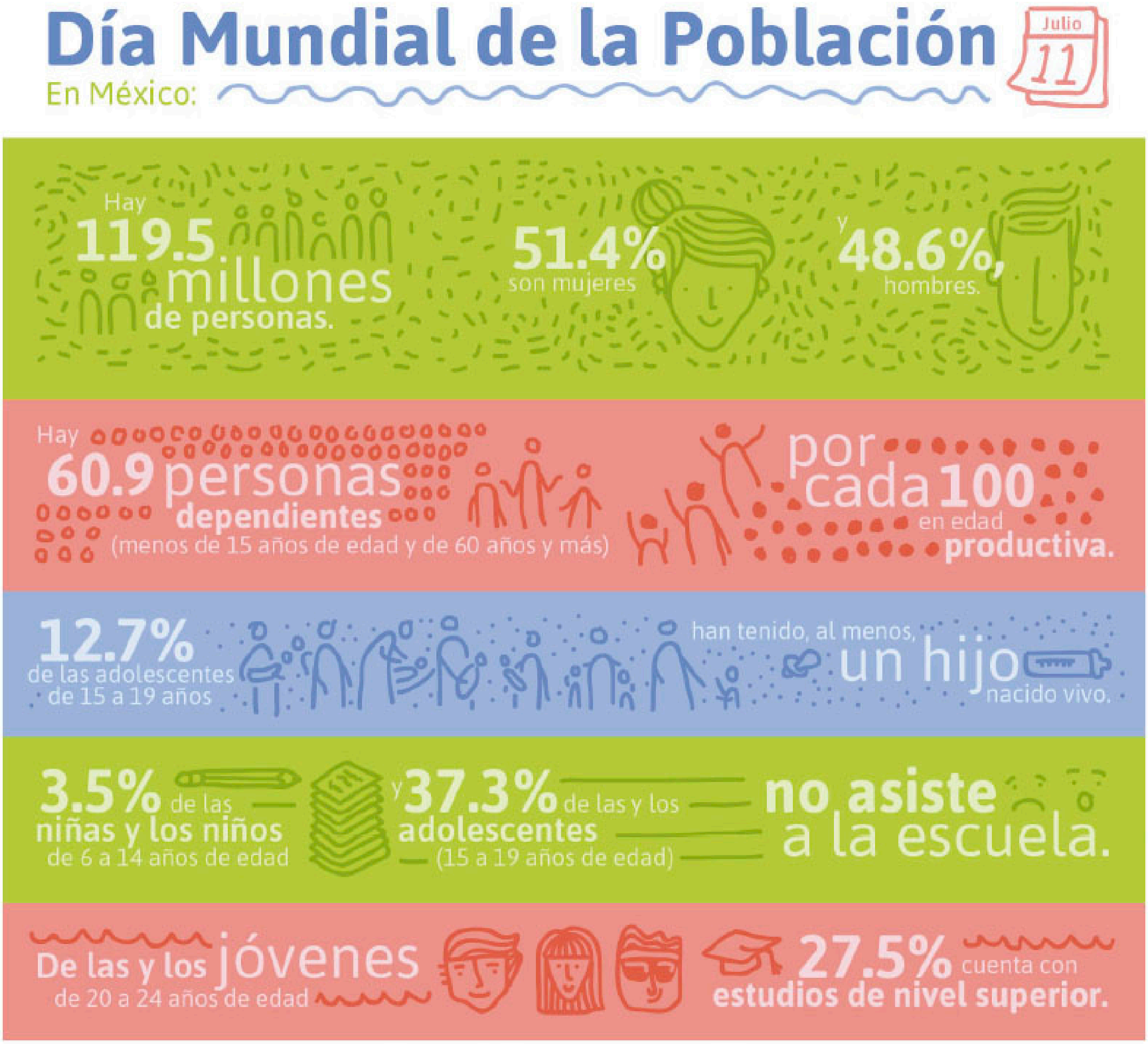
3. Con ayuda de su maestro, expresen en el grupo las conclusiones que pueden obtenerse con base en su ejercicio.

4. Observen el recurso audiovisual *Construcción de gráficas circulares mediante hoja de cálculo* para que aprendan a elaborar gráficas circulares.

¿Cuál es la gráfica circular correcta?

Sesión 2

1. Reúnete con un compañero para hacer esta actividad y la siguiente.
Lean la siguiente infografía que se publicó en 2016. Realicen lo que se pide.



Día Mundial de la Población

Julio 11

En México:

Hay **119.5 millones de personas.** **51.4%** son mujeres y **48.6%,** hombres.

Hay **60.9 personas dependientes** (menos de 15 años de edad y de 60 años y más) por cada **100** en edad **productiva.**

12.7% de las adolescentes de 15 a 19 años han tenido, al menos, un hijo nacido vivo.

3.5% de las **niñas y los niños** de 6 a 14 años de edad y **37.3%** de las y los **adolescentes** (15 a 19 años de edad) **no asiste** a la escuela.

De las y los jóvenes de 20 a 24 años de edad **27.5%** cuenta con **estudios de nivel superior.**

Fuente: INEGI. *Encuesta Intercensal 2015.*

INEGI INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA Y GEOGRAFÍA

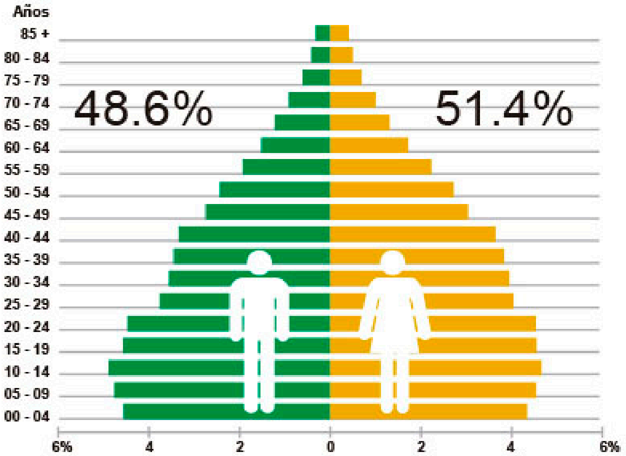
a) ¿A qué se refiere la información? ____________________

b) ¿Qué se conmemora y en qué fecha? ____________________

c) ¿Cuántos millones de personas vivían en México en 2015? ____________________

d) ¿De cada 100 personas, ¿cuántas están en edad productiva? ____________________

e) Consideren el primer dato que muestra la infografía sobre la población total en México y la siguiente gráfica piramidal que muestra los porcentajes de la distribución de la población por sexo y por grupos de cinco años.

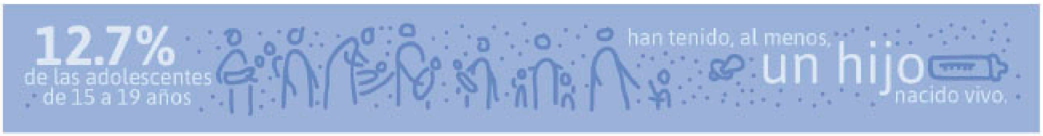


Fuente: Inegi, Encuesta intercensal 2015, en http://www.Inegi.org.mx/temas/estructura/

f) ¿Qué tanto por ciento representan las jóvenes de 15 a 19 años, aproximadamente? ____________________

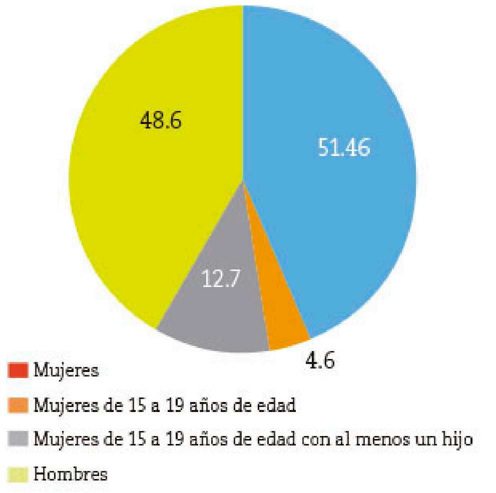
g) ¿Aproximadamente cuántas jóvenes de 15 a 19 años hay? ________________

2. Consideren el siguiente dato sobre las adolescentes de 15 a 19 años de edad.

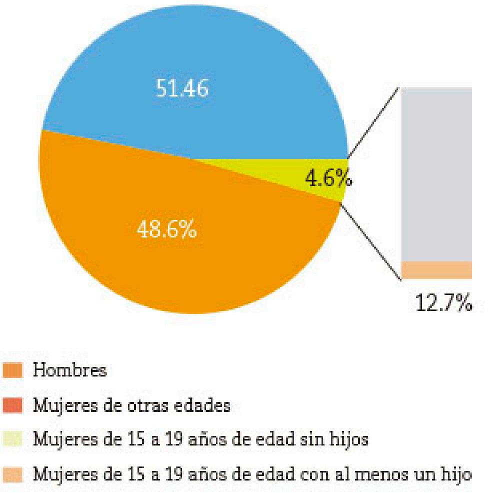


Marquen con una ✓ la gráfica circular que represente correctamente la información del porcentaje de las jóvenes de 15 a 19 años de edad con al menos un hijo.

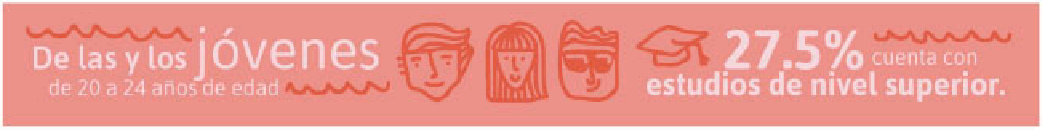
Distribución de mujeres de 15 a 19 años de edad con respecto a la población total de México



Distribución de jóvenes de 15 a 19 años de edad con respecto a la población total de México



3. Resuelve esta actividad de manera individual, considerando la siguiente información.



De las y los jóvenes de 20 a 24 años de edad 27.5% cuenta con estudios de nivel superior.

Elabora en tu cuaderno una gráfica circular que muestre el porcentaje con respecto a toda la población.

4. Con la ayuda de su maestro comparen sus respuestas en grupo. Luego analicen la siguiente información y coméntenla.

> Las **gráficas circulares o de sectores** se utilizan principalmente para representar datos cualitativos o atributos (color de cabello, apellido, nombres, entre otros).
> Permiten mostrar y comparar el tamaño relativo de las partes que componen un todo; por eso pueden expresarse en frecuencias, frecuencias relativas (en forma de fracción y decimal) y porcentajes.

5. Utilicen el recurso informático *Gráficas circulares* para practicar más la construcción e interpretación de gráficas circulares.

6. En el portal de Telesecundaria encontrarás una referencia a una página web sobre los diferentes tipos de gráficas que existen.

Para terminar

En tu cuaderno elabora una gráfica circular que muestre correctamente la siguiente información.

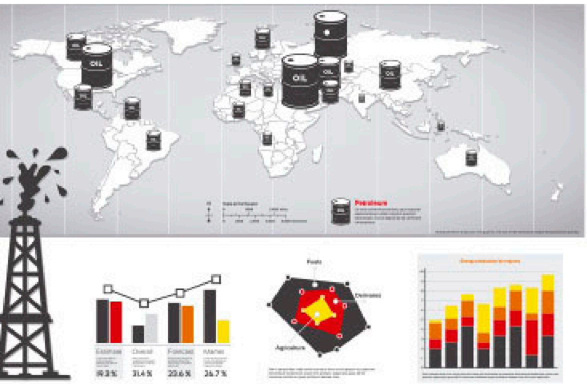
3.5% de las niñas y los niños de 6 a 14 años de edad y 37.3% de las y los adolescentes (15 a 19 años de edad) no asiste a la escuela.

Escribe en el cuaderno cómo construiste la gráfica y cuál es la medida de los ángulos de los sectores que representan cada dato.

36. Medidas de tendencia central 2

Sesión 1

Para empezar



Es común que al final de un año se presenten noticias e informes sobre el resultado de diversas situaciones, por ejemplo, la producción anual de petróleo, su precio promedio de venta, su porcentaje de ganancia o pérdida, entre otros aspectos. Cuando los datos se agrupan, organizan y procesan para elaborar reportes, generalmente se utilizan gráficas y números que llamamos estadísticas. A lo largo de las dos siguientes sesiones analizarás algunas de las propiedades que tienen las medidas de tendencia central, así como su utilidad para determinar cuál medida conviene usar como promedio para representar a un conjunto de datos.

Manos a la obra

Comportamiento de las medidas de tendencia central

1. Forma un equipo para trabajar esta actividad y las dos que siguen.

En la tabla se muestra el precio de una lata de atún en 5 tiendas diferentes.

Tienda	1	2	3	4	5
Precio de la lata de atún	$14.90	$16.25	$14.90	$15.90	$16.75

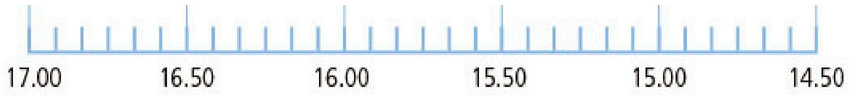
a) ¿Es correcto decir que el precio promedio de una lata es de $19.00? Procuren contestar usando sólo el cálculo mental. Justifiquen su respuesta.

____

____

b) Ubiquen en la siguiente gráfica el menor precio registrado de la lata de atún y luego el mayor. Pueden marcar un punto sobre la línea o arriba de ella.

Precios de una lata de atún ($)



c) Calculen la media aritmética, la moda y la mediana del precio.

d) Ubíquenlos y etiquétenlos en la gráfica.

e) ¿Entre qué datos se encuentran las medidas de tendencia central? ______________

____

f) ¿Alguno de los valores de las medidas de tendencia central que obtuvieron es igual al valor de algún dato? En caso afirmativo, anótenlos. ______________

____

g) ¿Siempre sucederá esto? Justifiquen su respuesta. ______________

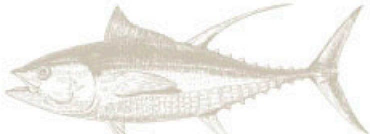
____

2. Supongan que en la tienda 3 el precio de lata de atún está en oferta y es $11.50.

a) Digan lo que ocurrirá con el precio máximo, el precio mínimo, la media aritmética, la moda y la mediana.

b) Obtengan los valores de la media aritmética, la moda y la mediana. Usen una calculadora para efectuar los cálculos.

c) Representen la situación en la gráfica. Utilicen distintos colores para distinguir la media aritmética, la moda y la mediana de los precios registrados.



Precios de una lata de atún ($)

3. Supongan que hubo un cambio de precios y ahora el precio de una lata de atún es de $19.45.

a) ¿Qué valores se mantienen y qué valores cambian? ______________

____

b) Obtengan los valores de la media aritmética, la moda y la mediana.

__________ __________ __________

c) Representen en la misma gráfica de la actividad anterior los datos y valores que corresponden a esta actividad para analizar los cambios acontecidos.

d) Analicen y describan cuáles son los cambios obtenidos en los promedios. ______

____

____

____

____

____

4. Comparen sus respuestas con todo el grupo, y con ayuda de su maestro, describan en su cuaderno lo que ocurre con los valores de las medidas de tendencia central en cada situación basándose en las representaciones gráficas.

5. Observen el recurso audiovisual *¿Cómo cambia la media aritmética?* cuyo propósito es observar la manera en que valores muy grandes o muy pequeños afectan el valor de esa medida.

Sesión 2

Estadísticas familiares

1. Reúnete con un compañero y realicen ésta y la siguiente actividad.
Completen la tabla con cuatro de los precios que se registraron en la actividad 1 de la primera sesión.

a) Calculen el valor de las medidas de tendencia central. Usen calculadora.

Situación 1					
Tienda	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Precio de la lata de atún		$100.00			

Media aritmética: __________ Moda: __________ Mediana: __________

b) Ahora completen la tabla con los mismos cuatro valores que registraron en el inciso anterior y calculen nuevamente las medidas de tendencia central.

Situación 2					
Tienda	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Precio de la lata de atún		$0.00			

Media aritmética: __________ Moda: __________ Mediana: __________

c) Completen el siguiente cuadro para comparar los valores de las medidas de tendencia central en cada conjunto de datos.

Situación	Precio mínimo	Precio promedio (media aritmética)	Precio más frecuente (moda)	Precio que corresponde a la mediana	Precio máximo
1					
2					

d) ¿Cuáles son los valores de los promedios que cambian y cuáles se mantienen?

____

e) Describan de qué manera afectan los precios de cero y cien pesos a los valores de los promedios. ____________________________

f) ¿Cuántos datos están involucrados en el cálculo de la media aritmética del inciso b)? ____________________________

2. Se hizo una encuesta para conocer el número de hermanos que cada alumno del grupo tiene. Los datos registrados fueron:

0, 3, 3, 4, 4, 0, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 1, 0, 5, 1, 2, 4, 1, 2

a) Organiza los datos en la tabla.

b) En ese grupo, ¿cuál número de hermanos es el más frecuente? ________________

c) ¿Cuál es la media aritmética del número de hermanos? ________________

d) ¿Cuál es el valor de la mediana del conjunto?

____

e) Si no consideran el número máximo de hermanos, ¿qué ocurre con el valor de la media aritmética y de la mediana? ________

f) Si no consideran el número mínimo de hermanos, ¿qué pasa con el valor de la media aritmética y de la mediana? ________

Números de hermanos	Número de alumnos (frecuencia)

g) ¿Cuál de las tres medidas de tendencia central consideran que representa mejor al conjunto de datos? ____________________________

____

3. Resuelve individualmente esta actividad. Analiza el conjunto de datos y responde en tu cuaderno lo que se pide.

Se preguntó a 37 familias acerca del número de computadoras que tienen, los datos obtenidos son:

Número de computadoras	Número de familias (frecuencia absoluta)
0	4
1	8
2	15
3	10

a) ¿La media aritmética puede ser de 4 computadoras? Justifica tu respuesta.

b) Determina la media aritmética, la mediana y moda del conjunto de datos.

c) Describe de qué manera afecta el valor nulo (ninguna computadora) para obtener la media aritmética.

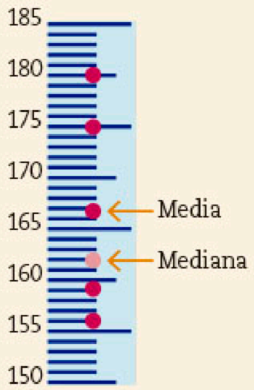
d) Escribe tres frases que se refieran al valor de la media, mediana y moda, respectivamente, de manera que des una interpretación a esos valores.

e) Con respecto al número de computadoras que una familia tiene, ¿cuál de las tres medidas utilizarías como promedio? Justifica tu respuesta.

4. Comparen sus respuestas en grupo. Luego analicen y comenten la siguiente información.

Los valores de la media aritmética, la mediana y la moda se localizan entre los valores máximos y mínimos de los datos e incluso pueden tener un valor igual a uno de los datos.

Por ejemplo, la gráfica de la derecha muestra el registro del peso drenado de 5 latas de atún, junto con el valor del peso drenado promedio.



Glosario

Peso drenado: hay alimentos que se envasan en un medio líquido. En ellos, el peso drenado es el peso del producto sólido una vez que se le ha escurrido el líquido de relleno.

En este caso, el valor de la media aritmética es un valor diferente al de los datos, pero el de la mediana es igual que uno de ellos; ambos valores están entre el dato mínimo y el máximo.

Para calcular la media aritmética se consideran todos los datos, sin importar si se repite un mismo valor o si todos son diferentes o si alguno es cero. Por esa razón, cuando hay algún valor muy grande o pequeño, el valor de la media aritmética varía. En esos casos, la mediana es una mejor opción, porque se mantiene en el centro de los datos.

El valor de la moda siempre es igual que el valor de un dato del conjunto, pues corresponde a la mayor frecuencia, pero no necesariamente es uno de los datos centrales. Cuando todos los datos tienen la misma frecuencia, puede considerarse que no existe moda (o que todos los datos son moda, lo cual no es lógico).

5. Observen el recurso audiovisual *Propiedades de las medidas de tendencia central* para complementar y recapitular la información sobre las propiedades de las medidas de tendencia central.

6. En el portal de Telesecundaria encontrarás una referencia a una página web sobre las medidas de tendencia central.

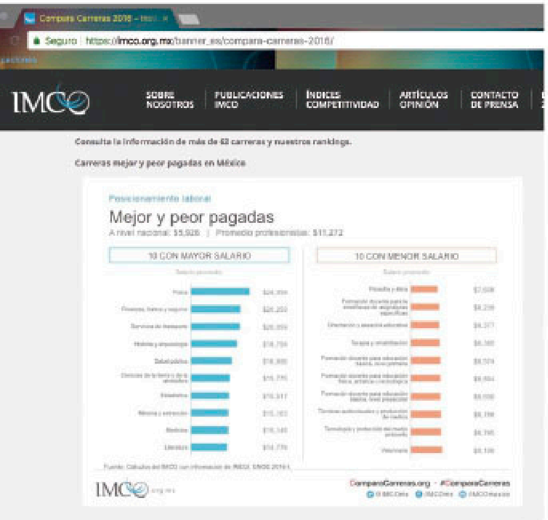
Para terminar

En tu cuaderno resuelve este problema. Se le preguntó a un grupo de personas la cantidad de dinero que habían gastado en la compra de productos para su alimentación. Las respuestas fueron: \$350.00, \$390.00, \$280.00, \$930.00, \$620.00, \$250.00. El valor que corresponde a la media aritmética de estas compras fue \$470.00. Después se agregaron los datos de dos compras por la cantidad de \$1970.00 cada una. ¿Cómo influyen estas dos cantidades en los valores de las medidas de tendencia central? ¿Cuál consideras que es la medida de tendencia central que te conviene utilizar como promedio representativo del conjunto? Justifica tu respuesta y anota la manera en que determinaste cada medida de tendencia central.

37. Medidas de tendencia central 3

Sesión 1

Para empezar



Consulta la información de más de 62 carreras y nuestros rankings.

Carreras mejor y peor pagadas en México

Posicionamiento laboral

Mejor y peor pagadas

A nivel nacional: $5,926 | Promedio profesionistas: $11,272

La mayoría de las empresas, instituciones o personas crean y utilizan datos para tomar decisiones; por lo tanto, se espera que tales decisiones se basen en información confiable y verdadera. Veamos un ejemplo: el Instituto Mexicano para la Competitividad (IMCO) en el año 2017 realizó un estudio sobre las profesiones mejor y peor pagadas. Como resultado nos ofrece la información de la izquierda. A través de las siguientes sesiones aprenderás a tomar decisiones bien fundamentadas y te darás cuenta de que una de las herramientas que emplea la estadística para sus análisis son las medidas de tendencia central.

Manos a la obra

Media aritmética, ¿la "mejor" medida?

Fuente: Cálculos del IMCO con información del Inegi. ENOE 2016-I, ENOE 2016-II ENOE 2016-III, ENOE 2016-IV.

1. Reúnete con un compañero para hacer esta y las dos siguientes actividades. Analicen los datos de la gráfica para completar el cuadro. Pueden usar calculadora.

El mayor salario	
Media aritmética	
Mediana	
Moda	
El menor salario	

a) Ubiquen en la tabla anterior los valores de la media aritmética y de la mediana.

b) ¿Cuál es la diferencia entre el mejor salario y el del décimo lugar? __________

c) En esta situación, ¿qué medida representa mejor al conjunto de datos, la media aritmética o la mediana?____________________

2. Comparen sus respuestas y analicen qué cambios ocurren con las medidas de tendencia central si no se considera al mejor de los 10 salarios.

Valores sin considerar el valor máximo	
Media aritmética	
Mediana	
Moda	
Valor mínimo	

a) Identifiquen cuáles valores de las medidas de tendencia central se mantienen y cuáles cambian. ____________________

b) ¿Cuál es ahora la diferencia entre el salario de la posición 10 y la posición 2?

____

3. Marquen con una ✓ cuál o cuáles afirmaciones son verdaderas para ambos casos, es decir, con el mayor salario y sin él.

☐ La media aritmética de los salarios es de $18271.00.

☐ La diferencia entre los diez mejores salarios llega a ser mayor que el 200%.

☐ La media aritmética de los mejores salarios se encuentra entre $16600.00 y $16700.00.

4. Realiza de manera individual esta actividad.
Analiza ahora la información que presenta la gráfica con las 10 profesiones con menor salario y completa el siguiente cuadro. Puedes usar la calculadora.

Valor mínimo	
Media aritmética	
Mediana	
Moda	
Valor máximo	

Fuente: Cálculos del IMCO con información del Inegi. ENOE 2016-I, ENOE 2016-II ENOE 2016-III, ENOE 2016-IV.

5. En grupo analicen sus respuestas, en particular las del ejercicio 2. Luego lean la siguiente información y, con ayuda del maestro, analícenla.

El valor de los datos mayor y menor de un conjunto de datos sin agrupar se conoce como valor extremo máximo y mínimo, respectivamente. La diferencia entre esos valores se le llama rango y es una medida que indica qué tan alejados están los datos entre sí (dispersión de datos). Cuando el valor del rango es grande indica que los datos están muy separados entre sí (disgregados). En cambio, mientras menor sea la diferencia, los datos estarán más cercanos, es decir, más agrupados.

6. Observen el recurso audiovisual *El Inegi* que les permitirá conocer la manera en que se obtienen, organizan y procesan los datos y cómo estos se convierten en estadísticas.

Sesión 2

Estadísticas en el servicio médico

1. Forma un equipo para realizar esta actividad y la siguiente.
En un hospital se registra el número de consultas al servicio de urgencias que hay durante cada mes, entre otras razones, para determinar el número de médicos que deben tener para atender la demanda. El siguiente registro diario corresponde a las consultas atendidas en noviembre y diciembre.

Noviembre	Diciembre
3, 1, 13, 4, 2, 4, 5, 6, 7, 3, 4, 5, 3, 2, 5, 6, 15, 21, 4, 3, 6, 40, 13, 6, 17, 13, 6, 6, 12, 26.	10, 5, 13, 14, 12, 14, 5, 16, 17, 13, 14, 5, 13, 12, 25, 26, 15, 21, 24, 13, 16, 100, 13, 16, 17, 13, 26, 26, 12, 26.

a) Organicen los datos y obtengan lo que se pide. Usen calculadora.

Medida	Noviembre	Diciembre	Bimestre
Media aritmética			
Mediana			
Moda			
Rango			

b) ¿En qué mes el rango de consultas es mayor? ____________________

c) ¿Entre qué valores se concentra más el número de consultas? __________

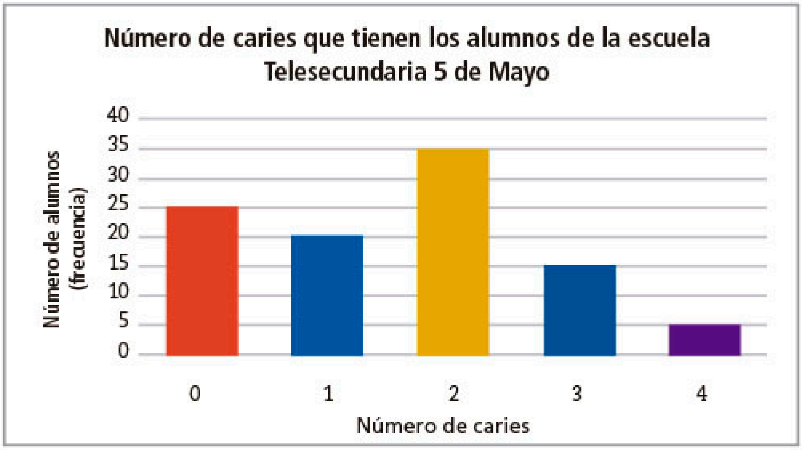
2. Supongan que un médico puede atender adecuadamente hasta ocho pacientes. Si el responsable del servicio debe contratar el número de médicos que atienda a los pacientes lo más pronto posible:

a) ¿Qué medida de tendencia central le conviene considerar para determinar el número de médicos a contratar? ____________________

b) ¿Cómo conviene contratar a los médicos, por mes o por bimestre? Justifiquen su respuesta. ____________________

____

3. Resuelve de manera individual. Un dentista identifica el número de caries en cada uno de los 100 alumnos de una telesecundaria. Los datos registrados se muestran en la gráfica.



a) ¿Cuál es la media aritmética de caries entre los alumnos? ____________

b) Ubica en la gráfica ese valor.

c) Calcula la moda y la mediana de los datos. ________ ________

d) Si el dentista debe contar con suficiente material para atender a los alumnos, ¿qué medida le conviene considerar para prepararlo? ____________

4. Con apoyo del maestro revisen todas sus respuestas y analícenlas; en caso de que haya diferentes respuestas determinen por qué.

5. Observen el recurso audiovisual *Las medidas de tendencia central* para saber más sobre las características de los valores de la media, mediana, moda y rango en un conjunto de datos.

Sesión 3

Estadísticas en el grupo

1. Reúnete con un compañero para hacer esta actividad.

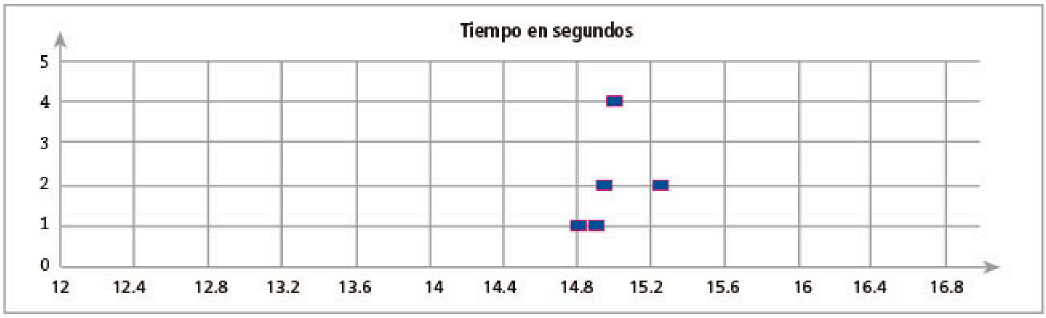
En la clase de Educación Física se registraron los tiempos de los 10 estudiantes de dos grupos diferentes que corren la distancia de 100 metros planos más rápido. Los tiempos registrados, en segundos, son:

Grupo A	15.25, 14.95, 15.25, 15, 14.8, 15, 14.9, 15, 14.95, 15
Grupo B	12.5, 13.75, 15.95, 14, 14.9, 15, 15.9, 15, 13.75, 14

a) Calculen los valores de las medidas de tendencia central y rango.

Medida	Grupo A	Grupo B
Media aritmética		
Mediana		
Moda		
Rango		

b) Completen la gráfica, ubiquen los diez datos de cada grupo y sus respectivos valores de las medidas de tendencia central.



c) ¿Qué grupo consideran que tiene mejor desempeño al correr los 100 metros? ¿Por qué? ____

____

2. Comparen sus respuestas con las de sus compañeros de grupo; si no coinciden, analicen por qué.

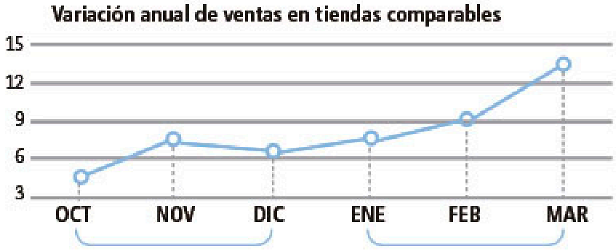
3. Observen el recurso audiovisual *Relación entre el rango y la posible dispersión de los datos* para conocer más sobre esta relación.

4. Utilicen el recurso informático *Las medidas de tendencia central y el rango* para que practiquen la obtención de estos elementos.

Para terminar

En tu cuaderno, resuelve el problema y responde las preguntas.

Las ventas de las sucursales de la tienda *Mercadito* crecieron en el mes de marzo, como se muestra en la gráfica.



a) Obtén las tres medidas de tendencia central de la variación de las ventas, en esos seis meses, para las sucursales del *Mercadito*.

b) Anota la manera en que obtienes cada medida y cuál es la que consideras que representa mejor la variación de estas ventas, justificando tu respuesta.

c) ¿Cuál es el rango de la variación entre las ventas de las sucursales en los últimos seis meses?

38. Probabilidad 2

Sesión
1

Para empezar

Aunque ya en el siglo XVI, los juegos de azar se comenzaron a estudiar desde un punto de vista científico, el surgimiento de la probabilidad como estudio matemático sistemático se llevó a cabo hasta el siguiente siglo, debido a la inquietud por saber si el azar podría controlarse o preverse. Al evolucionar con el tiempo, la probabilidad se convirtió en una ciencia sobre la que se fundamentan tanto la física de todo el siglo XX como la industria desarrollada por las aseguradoras (seguros de vida, de auto, de hogar, etcétera) A continuación se ofrecen algunos datos de la historia de esa rama de las matemáticas.

1. Los juegos de azar tienen una antigüedad de más de 40 000 años; se utilizaban tanto en ceremonias religiosas como en el juego.

2. En 1520, el matemático italiano Gerolamo Cardano escribió *El libro de los juegos de azar* y se publicó un siglo después.

3. En el siglo XVII, Fermat y Pascal trataron de resolver algunos problemas relacionados con los juegos de azar.

4. En el siglo XVIII se desarrolló una nueva aplicación del cálculo de probabilidades: los seguros marítimos.

5. En el siglo XIX nació la industria de los seguros, la cual requiere un conocimiento exacto del riesgo de perder, con el objeto de poder calcular los contratos, llamados también pólizas.

En las dos siguientes sesiones continuarás analizando los juegos de azar y conocerás el cálculo de la probabilidad frecuencial.

Manos a la obra

El juego de "La escalera"

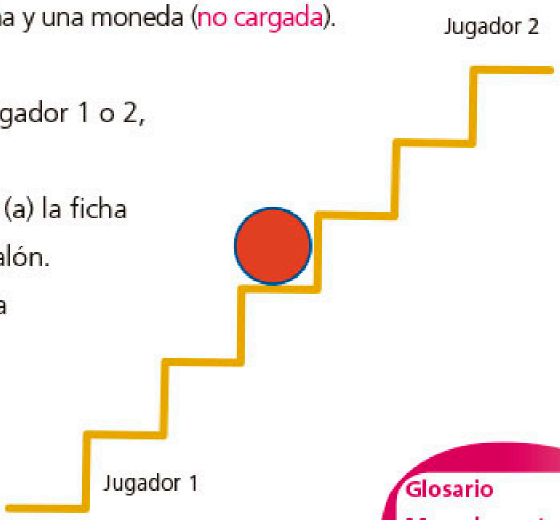
1. Reúnete con un compañero para jugar el juego de la escalera y para hacer todas las actividades de esta sesión. Cada quien requiere de una ficha y una moneda (no cargada).

Instrucciones:

a) Cada uno escoge el inicio o el fin de la escalera (jugador 1 o 2, respectivamente).

b) Por turnos se lanza la moneda al aire, si cae águila (a) la ficha sube un escalón, si sale sol (s), la ficha baja un escalón.

c) Se continúa con los lanzamientos hasta que alguna ficha llegue al extremo contrario al que inició. Cuando esto suceda, el jugador al que le pertenezca esa ficha gana. Antes de empezar, hagan su predicción.



- ¿Quién creen que gane? ____________________
- ¿En cuántos lanzamientos creen llegar al inicio o al final de la escalera? _____
- Elaboren en su cuaderno una tabla en la que puedan registrar los resultados de cada lanzamiento (*a* si es águila o *s* si es sol). ¡A jugar!

Glosario

Moneda, carta, ficha cargada: cuando éstas se alteran de alguna forma ilegal para que se favorezca un resultado y éste deje de ser azaroso, se dice que la carta está marcada, el dado está cargado, etcétera.

2. Contesten lo que se pide.

a) ¿Acertaron a su predicción de quién ganaría? ____________________

b) ¿Acertaron al número de lanzamientos con que terminarían el juego? _______

c) ¿Cuántos lanzamientos en total hicieron en el juego? ____________________

d) ¿Cuántas veces cayó el resultado de quien ganó el juego? ____________________

e) ¿Cuántas veces cayó águila? ____________________

f) ¿Cuántas cayó sol? ____________________

3. Realicen una vez más el juego y anoten en sus cuadernos cada resultado.

a) ¿Creen que ocurra lo mismo que en el juego anterior? ____________________

b) ¿Qué creen que ocurra ahora? ____________________

c) ¿Quién ganará y en cuántos lanzamientos lo hará? ____________________

d) ¿Caerá más veces águila que sol, o viceversa? ____________________

e) ¿Pueden observar algún patrón en el número de veces que cae cada lado de la moneda? ____________________

f) En caso afirmativo, ¿podrían decir cuál es? ____________________

4. Comparen sus resultados con otras parejas y analicen los resultados de la segunda ronda del juego, para lo cual tendrán que completar la tabla.

Número de pareja	1	2	3	4	5	6
Jugador que ganó						
Número de lanzamientos con que ganó						
Número total de lanzamientos que realizaron						

5. Concentren todos los resultados en el siguiente cuadro y contesten las preguntas con base en ellos.

Número de veces que ganó el jugador 1 (cae águila)		Número de veces que ganó el jugador 2 (cae sol)	
Número total de lanzamientos en el grupo		Número total de lanzamientos en el grupo	

a) ¿Qué porcentaje del total de lanzamientos (volados) realizados ganó el jugador 1? ______________________

b) ¿Y el jugador 2? ______________

6. Comenten todas sus respuestas en grupo, y con ayuda de su maestro, analicen la siguiente información.

Una de las características de los juegos de azar y de los experimentos aleatorios es que cada vez que se lleven a cabo, los resultados pueden ser diferentes a pesar de que las condiciones sean idénticas. Éstos no pueden determinarse de antemano; sin embargo, si el experimento o juego se realiza muchas veces, es posible observar algunas regularidades a partir de su frecuencia. Las tablas de frecuencia sirven para llevar un registro de los resultados.

7. Observen el recurso audiovisual *Probabilidad frecuencial en los juegos* mediante el cual conocerán algunos ejemplos en donde se muestra este concepto.

Otro juego con monedas

1. Trabajen en equipo todas las actividades de esta sesión. Para esta actividad requieren dos monedas. Emma y Joel juegan a los "volados". Cada uno lanza, al mismo tiempo, una moneda al aire, ven qué resultado cae y lo registran. Emma gana la ronda si ambas monedas caen en la misma cara, si son diferentes Joel gana.

a) ¿Quién creen que gane y por qué? ________________________________

b) ¿Los dos jugadores tienen la misma oportunidad de ganar? ¿Por qué? ______

____

____

2. Prepárense para realizar 20 rondas en el juego.

a) ¿Cuántas veces esperarían que caigan caras diferentes en las monedas durante las 20 rondas? ____

b) Utilicen la tabla para registrar los resultados que obtengan al lanzar sus monedas. Escriban la letra "*a*" si obtuvieron águila y la letra "*s*" si cayó sol en cada ronda.

Ronda Jugador	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																				
2																				
Ganador de la ronda																				

3. Completen la tabla reuniendo todos los resultados del grupo.

Resultado	Frecuencia	Frecuencia relativa	Porcentaje
Caen la misma cara			
Caen caras diferentes			
Total de volados			

4. Elaboren una gráfica circular que muestre los resultados obtenidos en el grupo en términos de porcentaje.

5. Contesten las preguntas.

a) ¿Qué creen que suceda si este juego continúa? ______________________

b) ¿Habrá cambios en los porcentajes? ______________________

c) Si su respuesta es afirmativa, ¿cuánto creen que cambiará? ______________

d) Si este juego continúa y se lanzan cientos de volados más, ¿qué puede esperarse que ocurra con la frecuencia de que salgan caras iguales? ________

Dato interesante

Dado legal es aquel que está equilibrado en cuanto a peso y la suma de los puntos en sus caras opuestas es 7.

6. Ahora Emma y Joel juegan con dados. Cada uno lanza un dado y si cae el mismo número en los dos dados gana Joel y si caen números diferentes gana Emma. Contesten las preguntas.

a) ¿Tendrán la misma probabilidad de ganar ambos? ______________________

b) Si creen que no tienen la misma probabilidad, entonces, ¿quién podría ganar? ¿Por qué? ____

c) ¿La probabilidad de que caiga el mismo número es la misma que en el caso de las monedas? ¿Por qué? ______________________________________

7. Para esta actividad, necesitarán dos dados legales. Realicen el juego anterior haciendo al menos 30 rondas. Elaboren en su cuaderno una tabla como la anterior para registrar sus resultados. Completen el siguiente cuadro con sus resultados.

Resultado	Frecuencia	Frecuencia relativa	Porcentaje
Caen números iguales			
Caen números diferentes			
Total			

8. En grupo comparen sus respuestas. Luego comenten y analicen la información.

La frecuencia relativa con la cual ocurre un evento se llama **probabilidad frecuencial**. En el juego de los volados, observamos dos eventos: caen caras iguales o caen caras diferentes. La frecuencia relativa de cada evento es la probabilidad frecuencial que les corresponde a cada uno. La probabilidad de un evento es el resultado de realizar el experimento o juego y se simboliza como P' (evento) = frecuencia relativa del evento expresada en fracción o decimal y se lee probabilidad frecuencial del evento.
De acuerdo con lo anterior, completen lo siguiente:

P' (caras iguales) = P' (caras diferentes) =

9. Observen el recurso audiovisual *Probabilidad frecuencial de un evento* para conocer más sobre el concepto de este tipo de probabilidad.

10. En el portal de Telesecundaria encontrarás una referencia a una página web sobre los conceptos básicos de la estadística y la probabilidad.

Para terminar

Realiza el juego lanzando veinte veces tres monedas iguales al mismo tiempo. Pierde aquel cuya cara de la moneda salga distinta de las otras dos. ¿Quién crees que perderá más veces?
En tu cuaderno, elabora una tabla para registrar los resultados y contesta las siguientes preguntas.

a) ¿Fue correcta tu suposición?, ¿por qué?
b) ¿Cuáles son todos los resultados posibles al lanzar tres monedas al aire? Haz una lista de todos ellos.
c) De acuerdo con tus resultados, ¿cuál es el resultado que más ocurre?
d) Si nuevamente realizas el juego, ¿crees que se obtengan las mismas frecuencias? ¿Por qué?

Evaluación

Marca la respuesta correcta en cada caso.

1. Dada la expresión: $-0.25x + \frac{1}{4}x - x$

¿Cuáles valores puede tener x para que el resultado sea un número positivo?

a) x puede ser cualquier número positivo. b) x es igual que 0.

c) x puede ser cualquier número negativo. d) x puede ser cualquier número entero.

2. Un vestido cuesta $232 ya con el 16% de IVA incluido, ¿cuánto cuesta sin IVA?

a) $ 200.00 b) $ 208.80 c) $ 255.20 d) $ 269.12

3. La distancia d recorrida por un automóvil que viaja con velocidad constante en un cierto tiempo t, está representada por la expresión algebraica $d = 3t + 5$. ¿Cuál es la razón de cambio?

a) d b) 5 c) 3 d) t

4. ¿Cuál es el valor de x en la ecuación $2.624 + x = 31.2$?

a) 11.890 b) 28.576 c) 29.424 d) 33.824

5. ¿Cuál es la expresión que te permite encontrar cualquier término de la sucesión 4, 8, 12, 16, 20,…?

a) $n + 4$ b) $n - 4$ c) $4n$ d) $\frac{n}{4}$

6. Una caja en forma de prisma rectangular tiene 10 cm^3 de volumen. Si la longitud de cada arista se multiplica por 4, ¿cuál será el volumen de la caja?

a) 40 cm^3 b) 80 cm^3 c) 320 cm^3 d) 640 cm^3

7. Una caja en forma de prisma rectangular tiene 1 000 cm^3 de volumen, ¿cuál es su capacidad?

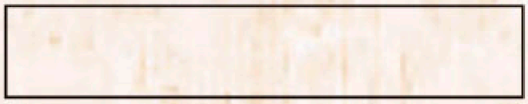
a) 1 000 L b) 100 L c) 10 L d) 1 L

8. Cuatro amigos juegan al *Disparejo* y lanzan al mismo tiempo sus monedas al aire. ¿Qué resultado es menos probable que suceda?

a) 4 soles b) 3 soles y 1 águila c) 2 soles y 2 águilas d) 1 sol y 3 águilas

Realiza lo que se indica en cada caso.

9. El rectángulo representa el 75% de un terreno. Dibuja lo que haga falta para tener el 100%.



10. ¿Es posible trazar un cuadrilátero cuyos ángulos midan 25°, 55°, 100° y 120°? Argumenta tu respuesta. En caso negativo, indica las medidas con las que se pueda trazar. ______________________________

____

11. Se preguntó a 33 familias acerca del número de hijos que tienen, las respuestas obtenidas son:

Número de hijos por familia	0	1	2	3
Número de familias que contestaron	4	8	11	10

a) Elabora una gráfica circular que represente las respuestas que dieron las familias.

b) Obtén la media aritmética, la mediana y moda del conjunto de datos.

12. Las temperaturas máxima y mínima en la ciudad de Durango del 24 de marzo al 2 de abril del 2018 fueron:

Sáb 24	Dom 25	Lun 26	Mar 27	Mié 28	Jue 29	Vie 30	Sáb 31	Dom 1	Lun 2
⛅	⛅	⛅	☀	☀	☀	☀	☀	⛅	⛅
30°	31°	30°	28°	25°	24°	26°	28°	29°	29°
11°	11°	10°	10°	7°	7°	8°	10°	10°	9°

a) ¿Cuál es la media aritmética de las temperaturas máximas en ese período?

____

b) ¿Cuál es la temperatura mínima más frecuente en cada conjunto? ____________

c) Si un día la temperatura máxima fuese 40 °C, ¿cómo influiría ese valor en la media aritmética de las temperaturas máximas? ____________

d) Si la temperatura mínima fuera 0 °C, ¿cómo afecta a la media aritmética de las temperaturas mínimas? ____________

e) ¿Cuál es la medida de tendencia central que mejor representa a cada uno de los dos conjuntos de datos? ____________

f) ¿Cuál es el rango de las temperaturas máximas y mínimas? ____________

g) ¿Cuál de los dos conjuntos de temperaturas tienen mayor dispersión? ____________

____

Bibliografía

Blatner, D., *et al*. (2003). *El encanto de Pi*, México, SEP-Aguilar (Libros del Rincón).

Bosch, C. *et al*. (2002). *Una ventana a la incertidumbre*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

_____ (2004). *Una ventana a las formas*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

_____ (2002). *Una ventana a las incógnitas*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

____ (2002). *Una ventana al infinito*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

Castelnuovo, E. (2001). *De viaje con la matemática. Imaginación y razonamiento matemático*, México, Trillas.

Cottin, M. (2007). *La doble historia de un vaso de leche*, México, Ediciones Tecolote, 2007.

Crilly, T. (2014). *50 cosas que hay que saber de matemáticas*, Barcelona, Ariel, 2014.

Hernández Garciadiego, C. (2002). *La geometría en el deporte*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

_____ (2002). *Matemáticas y deportes*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

Jiménez, D. (2010). *Matemáticos que cambiaron al mundo. Vidas de genios del número y la forma que fueron famosos y dejaron huella en la historia*, Providencia, Chile, Tajamar Editores.

Jouette, A., *El secreto de los números*, Barcelona, Ediciones Robinbook.

Marván, L. M. (2002). *Andrea y las fracciones*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

_____ (2008). *Representaciones numéricas*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

Moreno, Ricardo (2008). *Una historia de las matemáticas para jóvenes*, Madrid, Nivola Libros y Ediciones.

Noreña, F., *et al*. (2002). *El movimiento*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

Noreña, F. (2002). *La energía*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

_____ (2002). *La medición y las unidades*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

Ogawa, Y. (2004). *La fórmula preferida del profesor*, libro electrónico descargable en: https://pitacoradeclase.files.wordpress.com/2013/01/la-formula-preferida-del-profesor-yoko-ogawa1.pdf (Consultado el 7 de octubre de 2017).

Peña, J. A. de la (2002). *Geometría y el mundo*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

_____ (2002). *Matemáticas y la vida cotidiana*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

Perelman, Y. (2003). *Matemáticas recreativas*, México, Planeta.

Reid, C. (2008). *Del cero al infinito: Por qué son interesantes los números*, México, Consejo Nacional para la Cultura y las Artes.

Ruiz, C., *et al*. (2002). *Crónicas algebraicas*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

Ruiz, C. (2002). *Crónicas geométricas*, México, Santillana (Biblioteca juvenil ilustrada).

—— (2003). *El piropo matemático. De los números a las estrellas*, México, SEP-Lectorum.

Sánchez, J. D. (2012). *Recreamáticas. Recreaciones matemáticas para jóvenes y adultos*, Madrid, Rialp.

Tahan, M. (2005). *El hombre que calculaba*, México, SEP-Limusa.

SITIOS DE INTERNET

GeoGebra, www.geogebra.org (Consultado el 7 de octubre de 2017).

Instituto Nacional de Estadística y Geografía (Inegi): http://www.Inegi.org.mx/default.aspx (Consultado el 10 noviembre de 2017).

Roger, A. (s.f). Math is the hidden secret to understanding the world. En TED, Ideas worth spreading, https://www.ted.com/talks/roger_antonsen_math_is_the_hidden_secret_to_understanding_the_world (Consultado el 3 de abril de 2018. Seleccionar lengua (español) para seguir la traducción.)

Créditos iconográficos

pp. 12-13: consola de edición, © Stock image;* **p. 14:** (arr.) gráfica positivos y negativos, © surfsup;* (centro) espeleólogos admirando estalactitas, © salajean;* (ab. izq.) Cosmovitral y jardín botánico en Toluca, Estado de México, © Bill Perry;* (ab. der.) plataforma petrolera, © iurii;* **p. 15:** (arr. izq.) volcán Citlaltépetl, © Alan de León Rodríguez;* (arr. centro) plataforma petrolera en el Golfo de México, © Richard Goldberg;* (arr. der.) desierto cerca de Mexicali, Baja California, © csp;* (ab.) minería, © NoPainNoGain;* **pp. 16 y 17:** termómetro, en https://www.freepik.es/vector-gratis/termometro-al-aire-libre-que-muestra-8-centigrados_1476253.htm; **p. 19:** coliseo, en http://www.freepik.com/free-vector/hand-drawn-coliseum_1133945.htm; **p. 20:** fotografía de Martín Córdova Salinas/Archivo iconográfico DGME-SEB-SEP; **pp. 20:** (ab.), balón, en https://www.vecteezy.com/vector-art/104897-vector-football-soccer-ball-pattern; **pp. 21 y 22:** balón, en https://www.vecteezy.com/vector-art/104897-vector-football-soccer-ball-pattern; **p. 24:** Google, s.f., mapa de la Zona del Silencio Durango-Coahuila, en https://www.google.com.mx/maps/@26.9813754,-104.7033539,8.04z; **p. 25:** producción de petróleo, © sub job;* **p. 26:** bebé, © GMEVIPHOTO;* **pp. 27, 28 y 30:** huella, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/124602-libre-beb-y-la-maternidad-icon-set; **p. 31:** papel, © Varunyuu;* **p. 32:** librero, © Kazakova Maryia; * **p. 33:** piña, © baibaz;* **p. 34:** silueta urbana, en https://www.freepik.com/free-vector/black-and-white-city-skyline_764693.htm#term=silueta%20ciudad&page=1&position=3; **p. 36:** escalones, en https://www.freepik.es/vector-gratis/infografia-profesional-con-escalones-coloridos_1300188.htm; **p. 40:** (arr.) fotografía de Martín Córdova Salinas/Archivo iconográfico DGME-SEB-SEP; (ab. izq.) jamón, © Kirill Aleksandrovich;* (ab. der.) rebanada de jamón, © Eric Gevaert;* **p. 42:** cancha de futbol soccer, © MaDedee;* **p. 43:** cancha de basquetbol, © Anucha Tiemsom;* **p. 44:** (arr.) cámara, en https://www.freepik.es/vector-gratis/tarjeta-de-fotografia-de-acuarela-dibujada-a-mano_893435.htm; (ab.) textura, huerto, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/161753-ilustraci-n-del-campo-de-granja; **p. 45:** tierras cultivadas, © Taiga;* **p. 46:** comer, © kwanchai.c;* **p. 47:** báscula, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/136932-vector-libre-que-adelgaza; **p. 49:** (izq.) vista de carretera desde un vehículo, © metamorworks;* (der.) manguera, © sumkinn;* **p. 50:** pizarrón en https://www.freepik.es/vector-gratis/pizarras-en-verde-y-negro_1472217.htm; **p. 51:** siluetas, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/78903-gente-en-grupos-gr-ficos; **p. 52:** máquina de tintometría, concentrated.com.br, cortesía de Aerosol la revista; **p. 53:** (arr.) queso, © Coprid;* **p. 55:** lápices, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/102788-l-pices-de-colores; **p. 56:** agenda, en https://www.freepik.com/free-vector/calendar-notebook-paper_759587.htm#term=notebook&page=3&position=30; **p. 57:** fotografías antiguas, © Elena Dijour;* **p. 58:** fotografía de Martín Córdova Salinas/Archivo iconográfico DGME-SEB-SEP; **p. 59:** campo de hierba, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/97524-vectores-de-campo-de-hierba; **p. 62:** (arr.) Museo Jumex, © Chepe Nicoli;* (ab.) puente Matute Remus, Guadalajara, Jalisco, © Jesús Cervantes;* **p. 68:** (arr.) piedra Michaux: kudurru babilónico perteneciente a la dinastía casita, ca. 1099-1082 a. C., caliza negra, 45 x 20 cm, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Caillou_Michaux_CdM.jpg; (ab. de izq. a der.) textil, © MongPro:* textil, © Sootra;* tapete, © Zhax;* tapete, © zorina_larisa;* **p. 69:** (arr. izq.) tapete, © Chemushka;* (arr. der.) tapete, © Nataleana;* (ab. izq.) tapete, © AleSalM;* (ab. der.) tapete, © flovie;* **p. 73:** ventana heptagonal, © Amehime;* **p. 76:** pareja con cajas, © Vgstockstudio;* **p. 77:** (izq.) cubo de mármol, © PRILL;* (der.) cubo de acrílico, © Kostsov;* **p. 80:** manos unidas, https://www.freepik.com/free-vector/friends-showing-unity-and-teamwork_1577715.htm#term=amigos&page=1&position=14; **pp. 86 y 162:** compás, en https://www.freepik.com/free-vector/education-flat-icon-set_1310873.htm#term=iconicbestiary%20education&page=1&position=7; **p. 88:** (arr.) agua, © A3pfamily;* (ab.) semáforo, en https://www.freepik.es/vector-gratis/semaforos-realistas_1538788.htm; **p. 89:** tablero de dardos, en https://www.freepik.es/vector-gratis/dart-board-realistic_1537592.htm; **pp. 91 y 92:** dados, en https://www.freepik.es/vector-gratis/dos-dados-en-fondo-blanco_1195889.htm; **pp. 96-97:** brócoli, © Cryber;* **p. 98:** (arr.) venta a granel, fotografía de Claro que sí; **pp. 98** (ab.) y **99:** jarra recta, © Macrovector;* **p.110:** monedas y balanza, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/88490-moneda-ver-vectores-de-sierra; **p. 112:** alfombra, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/96054-alfombras-chevron-pixel; **p. 116:** estante de cremería © Gurza;* **p. 122:** (arr.) niño toma agua © windu;* (centro.) garrafón, fotografía de Claro que sí; (centro) jarra y (ab.) vaso, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/70222-agua-potable; (ab.) botella de agua, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/77208-botellas-de-agua-con-etiquetas-en-blanco; **p. 123:** jarra y vaso, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/70222-agua-potable; **pp. 124 y 125:** (arr.) cajas de empaque, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/65637-packaging-footage; **p. 125:** (ab.) cajas apiladas, © Scanrail1;* **p. 129:** vista de la Tierra desde la Luna, © vovan;* **p. 130:** ingeniero, © ESB Basic;* **p. 131:** (izq.) cuchara con leche, en https://www.freepik.com/free-vector/set-of-color-vector-illustrations-of-whole-milk-powder_1320629.htm#term=cuchara%20con%20leche&page=1&position=0; (der.) jarra graduada, https://www.freepik.com/free-vector/water-pitcher-and-glasses_794671.htm#term=jarra&page=1&position=17; **p. 132:** (izq.) biberón, en https://www.freepik.com/free-vector/baby-s-bottle_789183.htm#term=biberon&page=1&position=11; (der.) cuchara medidora, © oxygen_8;* **p. 133:** (de izq. a der. y de arr. ab.) gato, en https://www.freepik.com/free-vector/maneki-neko-lucky-cat-vector_719784.htm#term=gato%20de%20la%20suerte&page=1&position; mate, © soullead;* elefante, © Micro Vacca;* llavero, fotografía de Claro que sí; muñeco esquimal, © Pola Damonte;* estatuilla Tutankhamón, © Godlikeart;* **p. 138:** (izq.) vaso vacío, © Macrovector;* (der.) vaso con jugo, © Macrovector;* **p. 140:** (arr.) letrero de descuento, © 10incheslab;* (ab.) gráfica, © hywards;* **p. 142:** (arr.) prendas de vestir, © Tarzhanov;* (ab.) tinaco, © TatyanaTVK;* **p. 144:** palomitas de maíz, en https://www.freepik.com/free-vector/popcorn-box-design_1029755.htm#term=palomitas&page=1&position=1; **p. 146:** ciclista, © Stefaniya Gutovska;* **p. 152:** escritura egipcia, © Fedor Selivanov;* **p. 156:** mosaico, © Peyker;* **p. 157:** cerillo, © mylisa;* **p. 160:** (arr.) Google, s.f., plano centro de la Ciudad de México, en https://www.google.com.mx/maps/@19.4208092,-99.1390169,18.09; (ab.) regla, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/88893-arquitectura-herramientas-vectores; **p. 162:** compás, en https://www.freepik.com/free-vector/education-flat-icon-set_1310873.htm#term=iconicbestiary%20education&page=1&position=7; **p. 164:** (arr.) plano, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/102543-vector-plano-libre; **p. 164** (ab.) y **165:** tangram, © Mironov Konstantin;* **p. 166:** textura verde, okawa somchai;* **p. 169:** (izq.) textil, © MongPro;* (centro) textil, © Sootra;* (der) textil, © AleSalM;* **p. 170:** Torre Banobras, Tlatelolco, Ciudad de México, Secretaría de Cultura de la Ciudad de México; **p. 171:** (arr. y centro) tetraedro y dodecaedro, © vectortatu* (ab.) poliedro estrella, © Nickimpression;* **p. 175:** poliedros coloridos, © Comaniciu Dan;* **p. 176:** (arr.) Lo más y lo menos de la población de México, en http://cuentame.inegi.org.mx/SabiasQue/masymenos/defaultp.aspx?tema=S; (centro izq.) Observatorio Mexicano de Enfermedades No Transmisibles, Fichas estatales del Sistema de Indicadores: Obesidad, en http://oment.uanl.mx/indicadores_descargas/ficha_nacional.pdf); (centro der.) indicadores del sistema educativo, elaborados con información de la SEP; (ab.) Instituto Mexicano de la Competitividad, Mejor y Peor pagadas, en https://imco.org.mx/temas/compara-carreras-2017/; **pp. 177 y 178:** frutas y verduras, © margouillat photo;* **p. 179:** apilado de monedas, © noppawan09;* **p. 183:** gráfica del gasto en material de lectura, elaborada con información de SEP; **pp. 186-187:** Mapa de México con relieve, © AridOcean;* **p. 188:** Templo de la Sagrada Familia, Barcelona, España, © Lemer Vadim;* **p. 194:** IVA, © Elikova Oksana;* **p. 196:** (izq.) agua, © Yeryomina Anastassiya;* (der.) tinaco, © TatyanaTVK;* **p. 198:** (arr. y ab. izq.) cubiertas abstractas de libretas, © Sem-Smith;* **p. 200:** pasta dental, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/117208-vector-odontolog-a; **p. 201:** cepillo dental, © Talaj;* **p. 202:** (arr.) tangram © Mironov Konstantin;* (ab.)

uniformes, © Kir_Prime;* etiquetas, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/70606-price-tag-templates; **p. 203:** números en lenguaje de señas, © Iurii Stepanov;* **p. 204:** (arr.) selección de personal, © Jirsak;* (ab.) Google, s.f., mapa de la carretera México-Veracruz, en https://www.google.com.mx/maps/@19.377663,-98.0898603,9z; **p. 206:** (arr.) selección de personal, © Jirsak;* (ab.) gráfica luminosa, © Feylite;* **p. 214:** (izq.) placa en memoria de Robert Recorde, Iglesia de Santa María, Tenby, Gales, Wellcome Collection bajo la licencia cc by 4.0; (der.) retrato de Francois Viète, 1861, grabado impreso en tinta marrón-negro, 17.9 x 10.9 cm, © The Trustees of the British Museum, bajo la licencia CC BY-NC-SA 4.0; **p. 218:** bolsa de canicas, © CapturePB;* **p. 224:** puerta, en https://www.freepik.com/free-vector/door-icons-flat_1537620.htm#term=macrovector%204686&page=1&position=0; **p. 230:** (izq.) mosaicos, © ale_rizzo;* **p. 232:** (arr.) tablero de automóvil © waku;* **p. 236:** (arr.) pista de carreras, © Witsanu Keephimai;* (ab.) textura de césped, © okawa somchai;* **p. 237:** odómetro de rueda, © piscari;* **p. 238:** (arr.) recipientes © stockphoto mania;* (ab. der.) cubo de madera, © Laborant;* **pp. 238** (ab. izq.) y **240** (ab.)**:** caja, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/82708-cajas-vector-pack; **p. 240:** (arr. izq.) tetrapak de leche, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/94778-caja-de-leche-ilustraci-n-vectorial; (arr. centro) frasco de leche, en https://www.freepik.com/free-vector/fresh-milk_1551509.htm#term=recipiente%20de%20leche&page=1&position=19; (arr. der.) jarra, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/70222-agua-potabl; **p. 241:** (centro) pecera, en https://pixabay.com/es/peces-tanque-nataci%C3%B3n-decoraci%C3%B3n-47651/; (izq. y der.) peces de colores, © Pressmaster;* **p. 242:** (arr.) tanque de agua y pipas, Tatyana TVK;* **p. 243:** (izq.) jarra graduada, en https://www.freepik.com/free-vector/water-pitcher-and-glasses_794671.htm#term=jarra&page=1&position=17; (der.) cubo de madera, © Laborant;* **p. 244:** gráfica de pastel, © rikkyall;* **p. 245:** (izq.) mapa de Los apellidos más frecuentes en Latinoamérica, en http://cort.as/-BjjX; (der.) Los apellidos más frecuentes en México, en http://cort.as/-Bjk2; **p. 247-249:** Día Mundial de la Población, en Estadísticas a propósito del Día Mundial de la Población (11 de julio), INEGI, 7 de julio de 2016, en http://www.inegi.org.mx/saladeprensa/aproposito/2016/poblacion2016_0.pdf; **p. 250:** producción mundial de petróleo, © mjaud;* **p. 251:** atún, © andrey oleynik;* **p. 256:** (arr.) Instituto Mexicano de la Competitividad, Compara carreras.org, en https://imco.org.mx/temas/compara-carreras-2017/; (ab. izq.) gráfica 10 con mayor salario, Instituto Mexicano de la Competitividad, en https://imco.org.mx/temas/compara-carreras-2017/; (ab. der.) laboratorista, © Bigone;* **p. 258:** gráfica 10 con menor salario, Instituto Mexicano de la Competitividad, en https://imco.org.mx/temas/compara-carreras-2017/; **p. 262:** (arr. izq.) jugadores de dados, fresco, Ostería de la Vía de Mercurio, (VI 10, 1,19, habitación b, Pompeya, Italia; (arr. der.) Gerolamo Cardano,1652, grabado, C. Ammon el Joven, Wellcome Collection, bajo la licencia CC BY 4.0; (ab. izq.) Pierre de Fermat, grabado, Magazine Pintoresco, París, 1843, © Marzolino;* (ab. centro) Blas Pascal (1623-1662), grabado, H. Meyer, en Enciclopedia de la Galería de Retratos con Memorias, Reino Unido,1833, © Georfios Kollidas;* (ab. der.) antiguo libro pirata © pavila;* (ab.) manos protectoras © REDPIXEL.PL;* **p. 269:** íconos del clima, en https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/98703-icono-del-tiempo-del-vector.

* Shutterstock.com.

Matemáticas. Telesecundaria. Primaria grado.
Se imprimió por encargo
de la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos,
en los talleres de Promocionales e Impresos América, S. A. de C. V.,
con domicilio en Avenida Jardín, número 258, Colonia Tlatilco,
Alcaldía de Azcapotzalco, C. P. 02860, Ciudad de México,
en el mes de diciembre de 2020.
El tiraje fue de 514,000 ejemplares.

COMISIÓN NACIONAL de LIBROS de TEXTO GRATUITOS

Diseños simétricos, 1928
Diego Rivera (1886-1957) y ayudantes
Frescos, 0.80 × 0.80 m, color bermellón
Patio de las Fiestas, segundo nivel (plafones)
Secretaría de Educación Pública

EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

9 786075 511979